

Journée "Filles et mathématiques, une équation lumineuse",
27 mars 2018

$2x^2yy'+y^2=2$
 $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$
 $\frac{\partial z}{\partial x} = 2; \frac{\partial z}{\partial y} = 0 \Rightarrow \vec{n} = (F_x; F_y; F_z)$
 $\sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$
 $A = \begin{pmatrix} x & 4x^2 & 1 \\ y & 4y^2 & 1 \\ z & 4z^2 & 1 \end{pmatrix}; x=0, y=1, z=2$
 $x_2 = \begin{pmatrix} -x \\ \beta \\ -\alpha \end{pmatrix}$
 $\sum_{i=0}^n (p_2(x_i) - y_i)^2$
 $A = [1; 0; 3]$
 $\int_{\mathbb{R}} (x, \sqrt{\frac{ax+b}{cx+d}}) dx$
 $\lambda, \beta, \mu \in \mathbb{C} \quad \sin 2x = 2 \sin x \cdot \cos x$
 $\frac{\sin x}{x} \leq \frac{x}{1} = 1$
 $\frac{2x}{x^2+2y^2} = 2$
 $A+B+C=8$
 $-3A-7B+2C=-10,3$
 $-18A+6B-3C=15$
 $C = \begin{pmatrix} 0,1 \\ 1,0 \end{pmatrix}$
 $\lambda x - y + z = 1$
 $x + \lambda y + z = \lambda$
 $x + y + \lambda z = \lambda^2$
 $\int_{-\sqrt{1/2}}^{\sqrt{1/2}} \sin^4 x \cdot \cos^3 x dx$
 $\int 3x^2 + 16x^{-0.12} dx$
 $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \frac{2}{x})^x$
 $x_1 = -11p, x_2 = -p, x_3 = 7p, p \in \mathbb{R} \quad y = \sqrt[3]{x+1}; x = \operatorname{tg} t$
 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 0 \quad \gamma \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right) = 16 - x^2 + 16y^2 - 4z > 0$
 $\cos p = \frac{(1,0) \cdot (\frac{2}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})}{\sqrt{1^2+0^2} \cdot \sqrt{\frac{4}{2} + \frac{1}{2}}}$
 $a^2 + b^2 = c^2$
 $b^2 = c \cdot c_b$
 $a^2 = c \cdot c_a$
 $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$
 $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$
 $e^2 - xy = z = e; A[0, e; 1] \quad \sin^2 x + \cos^2 x = 1$
 $\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \quad 2 \operatorname{arctg} x - x = 0, I = (1, 10)$
 $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x \quad \partial(p_2) = \sqrt{9,16}$
 $\operatorname{grad} f = \left(\frac{\partial f}{\partial x}; \frac{\partial f}{\partial y} \right)$
 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{5x} = \frac{2}{5}$
 $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$
 $f(x) = 2^{-x} + 1, \varepsilon = 0.005$
 $\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{cotg} x = 1 \quad \sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$
 $\int_{-\sqrt{1/2}}^{\sqrt{1/2}} \sin^4 x \cdot \cos^3 x dx$
 $\int 3x^2 + 16x^{-0.12} dx$
 $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \frac{2}{x})^x$
 $x_1 = -11p, x_2 = -p, x_3 = 7p, p \in \mathbb{R} \quad y = \sqrt[3]{x+1}; x = \operatorname{tg} t$
 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 0 \quad \gamma \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right) = 16 - x^2 + 16y^2 - 4z > 0$

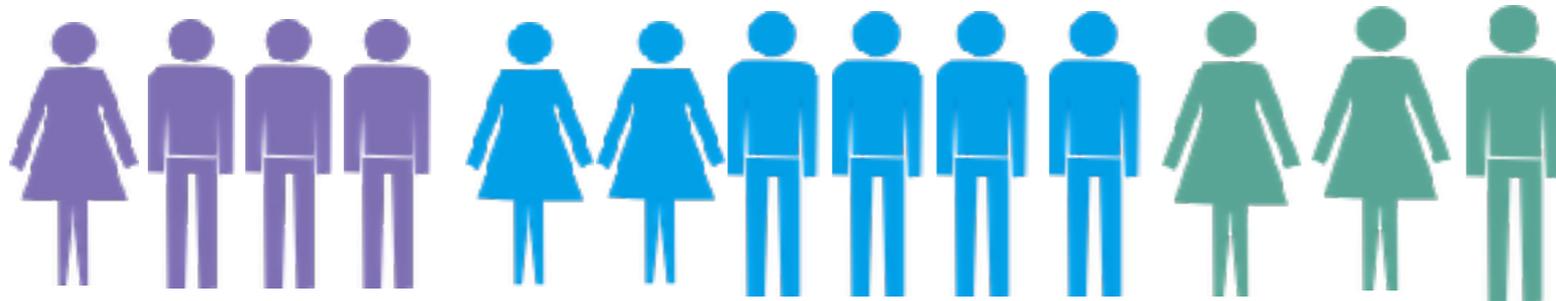
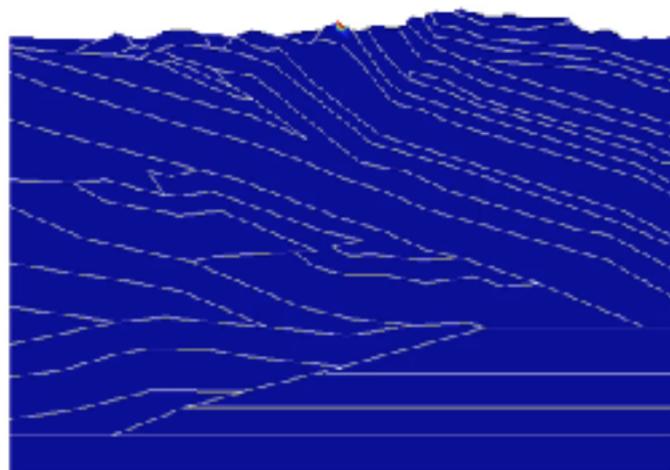


Eliane Bécache
Laboratoire POEMS
(UMR CNRS/ENSTA/INRIA)
Université Paris Saclay

Qui suis-je ?

Chercheuse INRIA en Mathématiques Appliquées au laboratoire POEMS de l'UMA à l'Ensta...

Laboratoire **POEMS** = **P**ropagation d'**O**ndes :
Étude **M**athématique et **S**imulations
UMR = Unité Mixte de Recherche CNRS/ENSTA/
INRIA , Université Paris Saclay



ENSTA

CNRS

INRIA

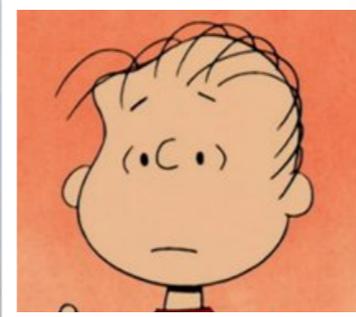


TU FAIS QUOI
DANS LA VIE?

Je suis mathématicienne



oh la tête ! j'suis
impressionné...
On dirait pas comme ça,
elle en a pas l'air!



Moi, j'suis nul en
maths, je déteste ça...
Je continue à lui parler
ou je lui tourne le dos ?...

ça doit être passionnant ?
tu fais des calculs toute la
journée ? tu dois être super
forte en calcul mental...

mais qu'est-ce qu'on peut chercher
en maths ?



GOLDEN CIRCLE



Qu'est-ce qui motive les gens à faire des mathématiques?

Les maths à quoi ça sert?

*Qu'est-ce qu'un.e mathématicien.ne?...
drôle de métier? que fait-il/elle?*

Que découvre-t-on encore en mathématiques ?

Qu'est-ce qu'une preuve (démonstration) ?

Y a-t'il des différences entre maths et physique?

Qu'est-ce qu'une démarche mathématique ?

...

Idées vraies ou fausses ?

Les mathématiciens sont des savants fous, dans la lune et mystérieux !

C'est tous des génies !

Pour faire des maths il faut être bon en calcul...

Les maths c'est pas pour les filles !



Qui sont les mathématicien.ne.s ?

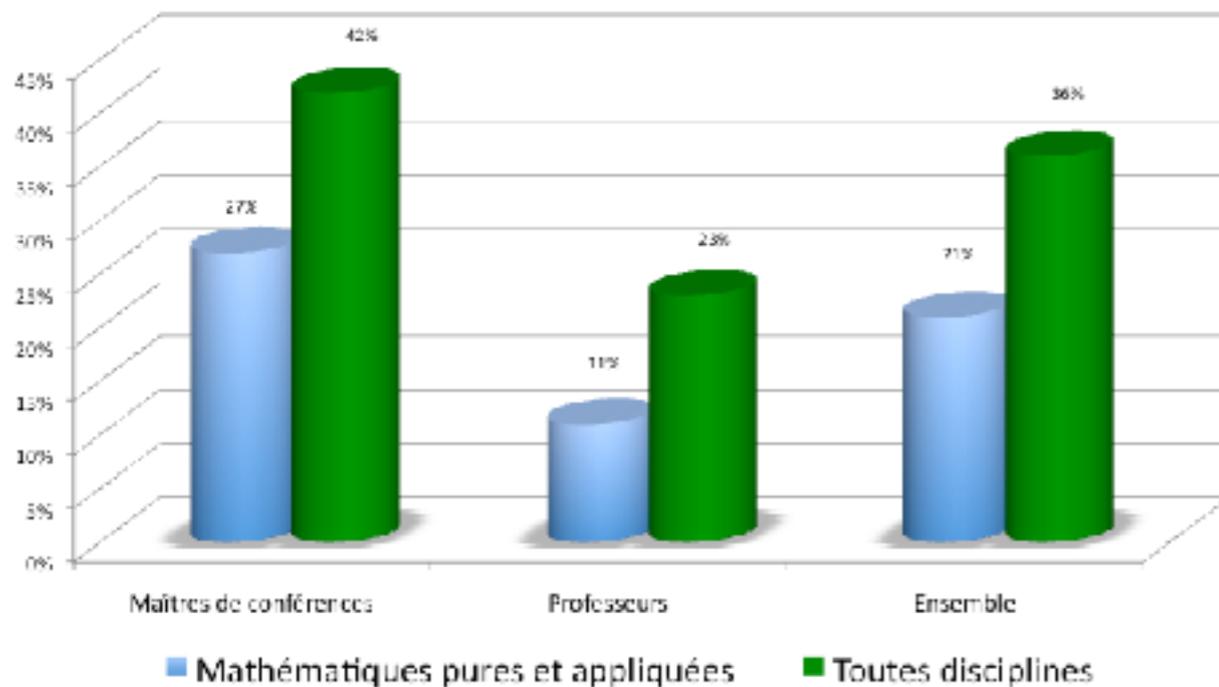
En France : environ 4000 mathématicien.ne.s

Dans le monde : entre 80 000 et 100 000 mathématicien.ne.s



Le mathématicien est-il... une mathématicienne ?

Part des femmes à l'université



Au CNRS et à l'INRIA : 17 % de femmes

Sources : étude sur la parité en mathématiques de Laurence Broze (2016) et Bilan social INRIA (2015)

Qui sont les mathématicien.ne.s ?

En France : environ 4000 mathématicien.ne.s

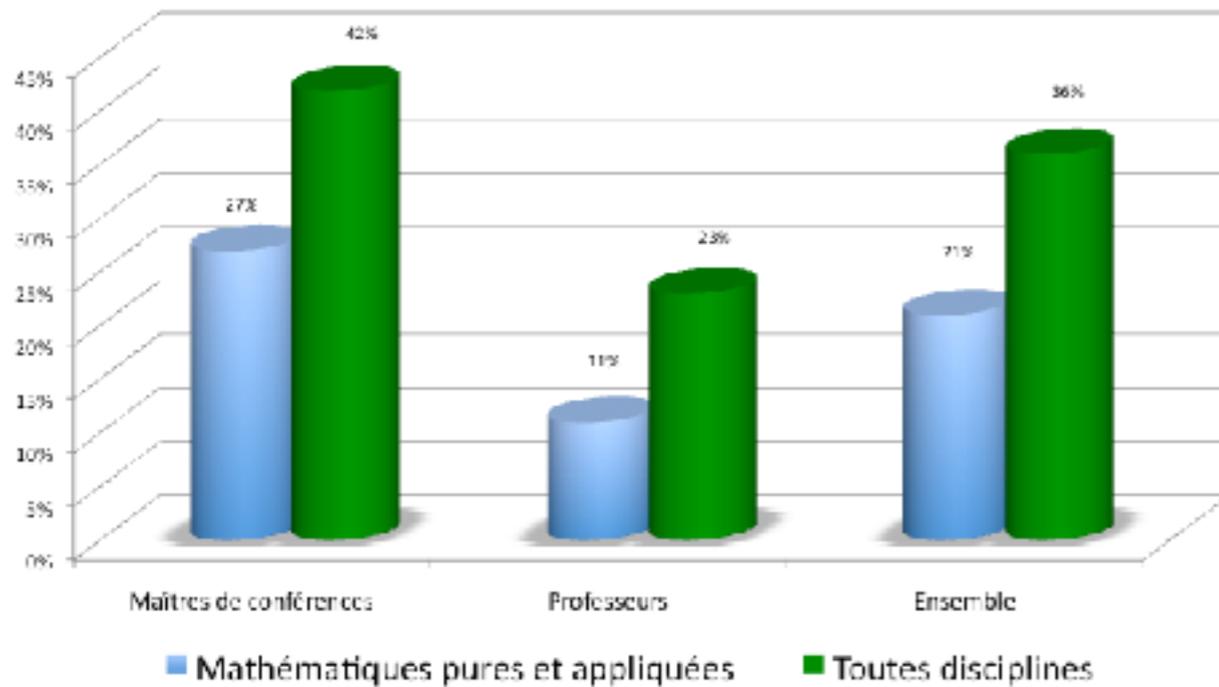
Dans le monde : entre 80 000 et 100 000 mathématicien.ne.s



Le mathématicien est-il... une mathématicienne ?

Le mathématicien est-il toujours un génie ?

Part des femmes à l'université



Les Prix les + connus en mathématiques



Prix Nobel
(1901)
(tous les ans)



Medaille Fields
(1923)
(< 40 ans)
(4 tous les 4 ans)



THE
ABEL
PRIZE
Prix Abel
(2003)
(1 par an)

Au CNRS et à l'INRIA : 17 % de femmes

Sources : étude sur la parité en mathématiques de Laurence Broze (2016) et Bilan social INRIA (2015)



Les maths c'est pas pour les filles !?



Reportage Fr2, JT 20h du 8/12/2005, I. Sabourault, V. Lucas, B. De St Jorre : [La "bosse" des Mathématiques : les différences filles et garçons](#)

http://www.francetvinfo.fr/societe/education/mathematiques-comment-les-idees-recues-changent-elles-le-cerveau-des-filles_1212967.html

A quoi ressemble un.e mathématicien.ne ?



Une mathématicienne remarquable

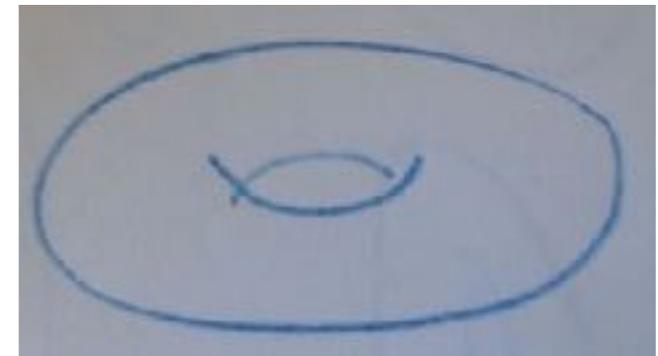


Maryam Mirzakhani (5 mai 1977- 14 juillet 2017)

Maryam Mirzakhani, iranienne et professeure à Stanford (Etats-Unis) : première femme mathématicienne à recevoir la médaille Fields, en 2014

Maryam Mirzakhani a apporté des contributions frappantes et très originales à la **géométrie hyperbolique** et à l'étude des **systèmes dynamiques**. Son travail sur les **surfaces de Riemann** et sur les espaces de modules **met en relation plusieurs disciplines mathématiques** — la **géométrie hyperbolique**, **l'analyse complexe**, **la topologie**, et **la dynamique** — et les influence à son tour.

Surfaces de Riemann



Une mathématicienne remarquable

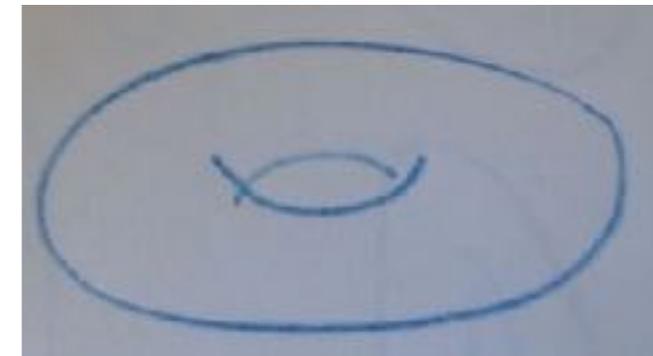


Maryam Mirzakhani (5 mai 1977- 14 juillet 2017)

Maryam Mirzakhani, iranienne et professeure à Stanford (Etats-Unis) : première femme mathématicienne à recevoir la médaille Fields, en 2014

Maryam Mirzakhani a apporté des contributions frappantes et très originales à la **géométrie hyperbolique** et à l'étude des **systèmes dynamiques**. Son travail sur les **surfaces de Riemann** et sur les espaces de modules **met en relation plusieurs disciplines mathématiques** — la **géométrie hyperbolique**, **l'analyse complexe**, **la topologie**, et **la dynamique** — et les influence à son tour.

Surfaces de Riemann



Eléments d'Euclide (vers 300 av JC)



Couverture de la première édition anglaise des Éléments par Henry Billingsley, 1570.



Copie en grec des Eléments (IXème siècle)



Euclide d'Alexandrie - Grec (-325 ; -265)

Eléments d'Euclide (vers 300 av JC)



La construction d'Euclide se fonde sur cinq axiomes (ou postulats) :



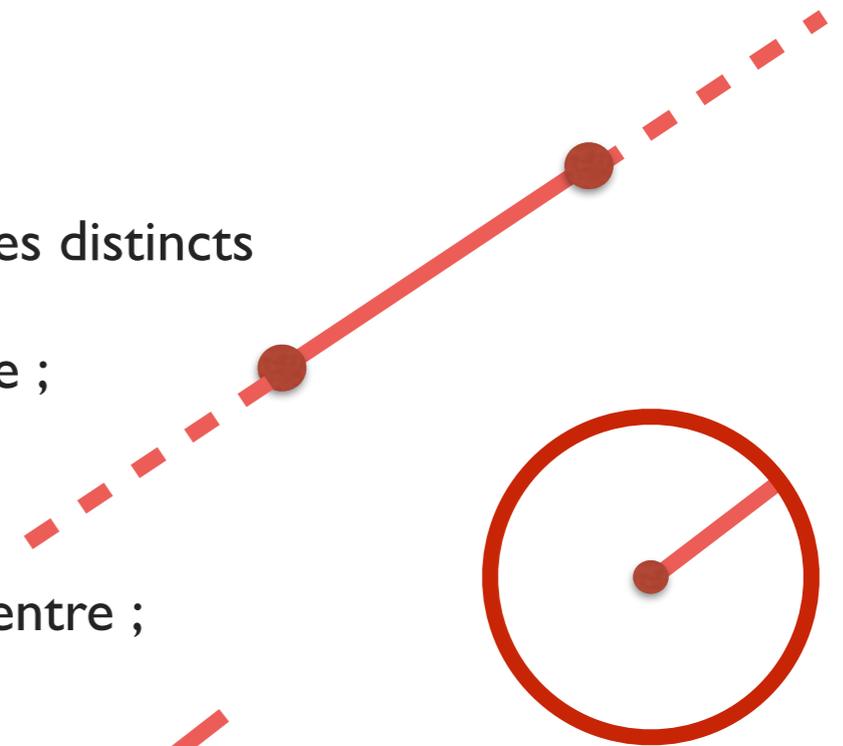
Copie en grec des Eléments (IXème siècle)



Euclide d'Alexandrie - Grec (-325 ; -265)

Couverture de la première édition anglaise des Éléments par Henry Billingsley, 1570.

- 1- Un segment de droite peut être tracé en joignant deux points quelconques distincts
- 2- Un segment de droite peut être prolongé indéfiniment en une ligne droite ;
- 3- Étant donné un segment de droite quelconque, un cercle peut être tracé en prenant ce segment comme rayon et l'une de ses extrémités comme centre ;



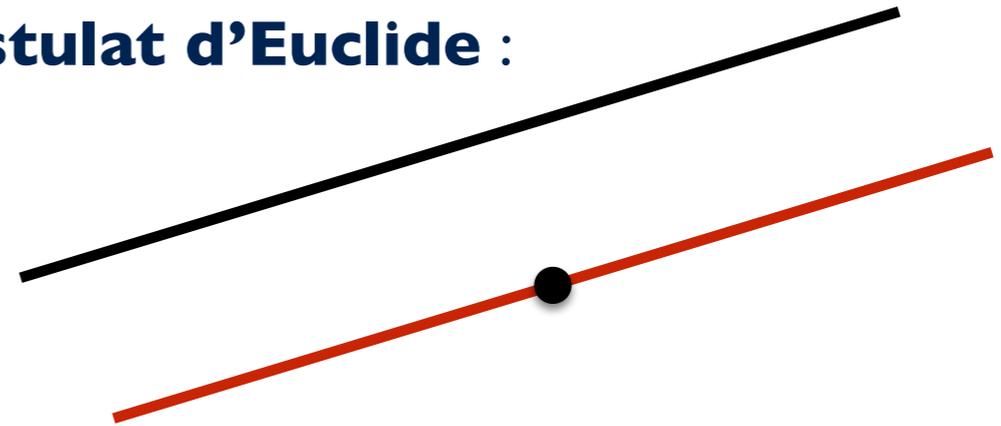
- 4 - Tous les angles droits sont congruents ;



- 5 - Si deux lignes sont sécantes avec une troisième de telle façon que la somme des angles intérieurs d'un côté est strictement inférieure à deux angles droits, alors ces deux lignes sont forcément sécantes de ce côté.

Le 5ème postulat et les géométries non euclidiennes

Autre énoncé du postulat des parallèles, aussi appelé **postulat d'Euclide** :



5 - Par un point extérieur à une droite, il passe une droite et une seule parallèle à la droite donnée.

Des générations de mathématiciens essaient de montrer que ce postulat peut être déduit des quatre premiers postulats... En vain! Jusqu'au milieu du XIXe siècle.



Lobatchevski (1792-1856)

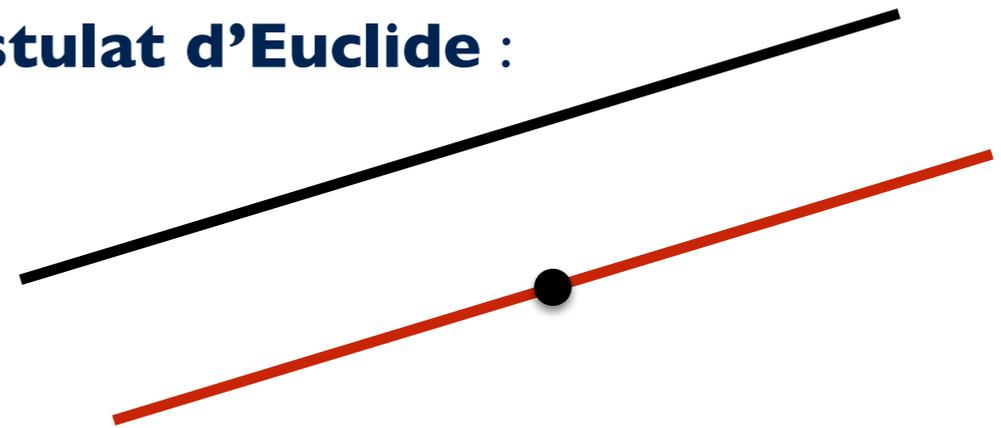
Bolyai (1802-1860)

Gauss (1777-1855)

Un mathématicien russe *Nicolai Ivanovitch Lobatchevski* (1793-1856), un hongrois *János Bolyai* (1802-1860) et un allemand *Carl Friedrich Gauss* (1777-1855) affirmeront sa négation :

Le 5ème postulat et les géométries non euclidiennes

Autre énoncé du postulat des parallèles, aussi appelé **postulat d'Euclide** :



5 - Par un point extérieur à une droite, il passe une droite et une seule parallèle à la droite donnée.

Des générations de mathématiciens essaient de montrer que ce postulat peut être déduit des quatre premiers postulats... En vain! Jusqu'au milieu du XIXe siècle.

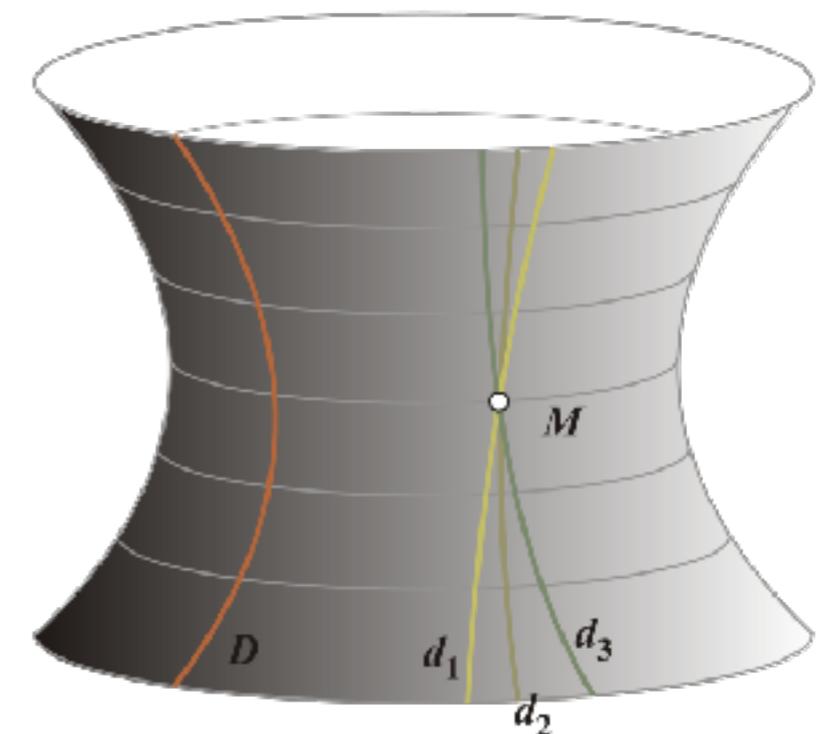
Géométrie hyperbolique



Lobatchevski (1792-1856)

Bolyai (1802-1860)

Gauss (1777-1855)



Un mathématicien russe *Nicolai Ivanovitch Lobatchevski* (1793-1856), un hongrois *János Bolyai* (1802-1860) et un allemand *Carl Friedrich Gauss* (1777-1855) affirmeront sa négation :

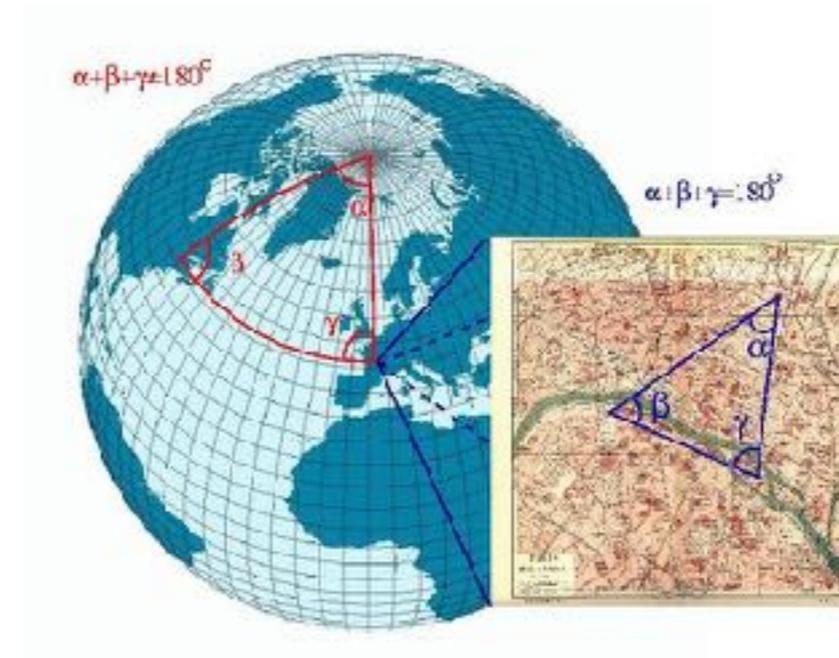
« Il existe une infinité de parallèles passant par un point extérieur à une droite donnée. »

Le 5ème postulat et les géométries non euclidiennes



Riemann (1826-1866)

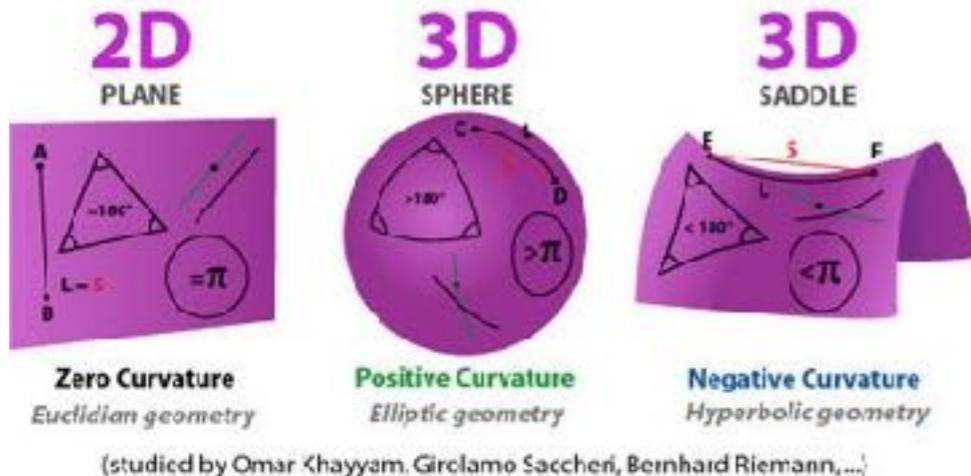
Géométrie sphérique (elliptique)



« Il n'existe pas de parallèle passant par un point extérieur à une droite donnée. »

Sur une sphère, un segment (*géodésique*) est un arc de cercle, et une droite est un cercle dont le centre est le centre de la sphère.

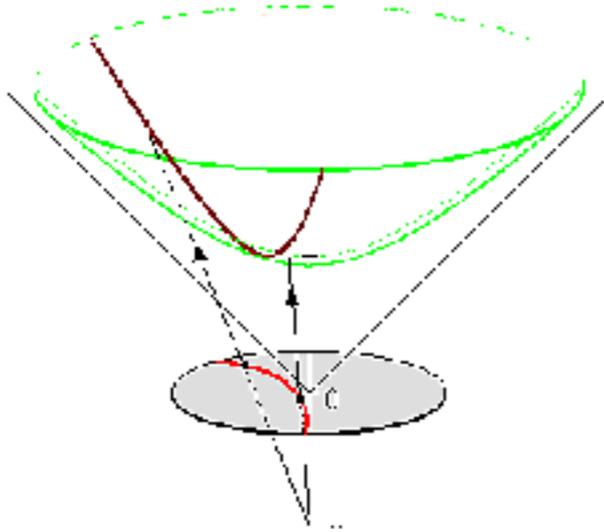
DIFFERENT TYPE OF GEOMETRIES



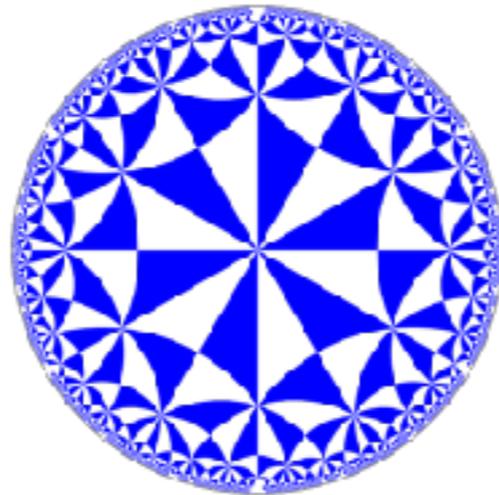
La géométrie riemannienne est la branche des mathématiques qui étudie les **espaces courbes** sur lesquels existent des distances et des angles. La recherche et l'étude des **plus courts chemins, ou géodésiques**, est une des préoccupations importantes de cette branche. Ces nouvelles géométries « courbes » sont fondamentales dans la **théorie de la relativité... Et se retrouvent aujourd'hui dans le ... GPS!**

Le 5ème postulat et les géométries non euclidiennes

Autres représentations de ces géométries



Relation entre le disque de Poincaré et une nappe de l'hyperboloïde.



Pavage du disque de Poincaré par des triangles.

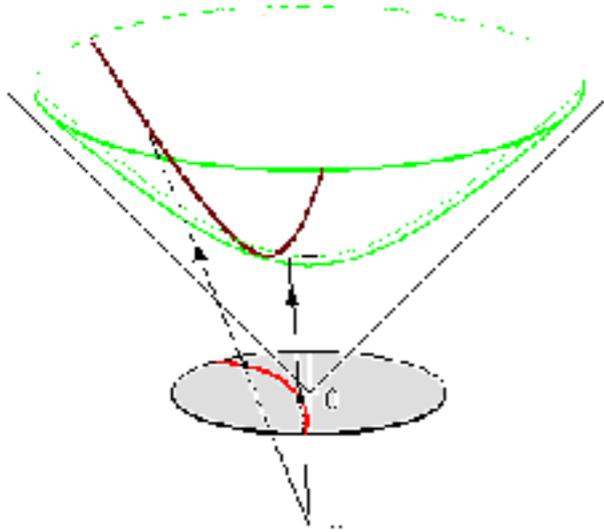


Anges et démons de M. C. Escher

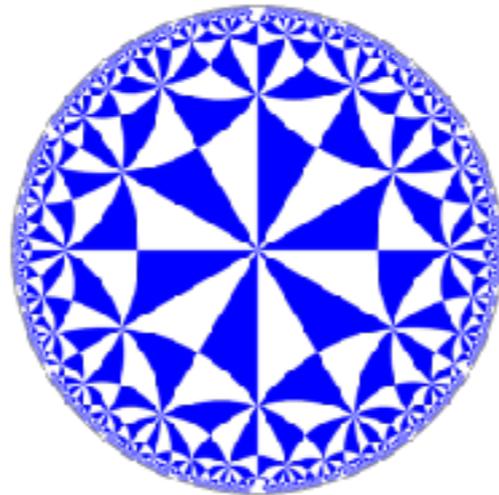
Géométrie hyperbolique, surfaces de Riemann... beaucoup de travaux, de prix et médailles (Gromov, Mirzakhani, Perelman, Nash, Villani et bien d'autres) et des connections avec beaucoup d'autres domaines des mathématiques (géométrie différentielle, analyse, EDP, analyse complexe...)

Le 5ème postulat et les géométries non euclidiennes

Autres représentations de ces géométries



Relation entre le disque de Poincaré et une nappe de l'hyperboloïde.



Pavage du disque de Poincaré par des triangles.

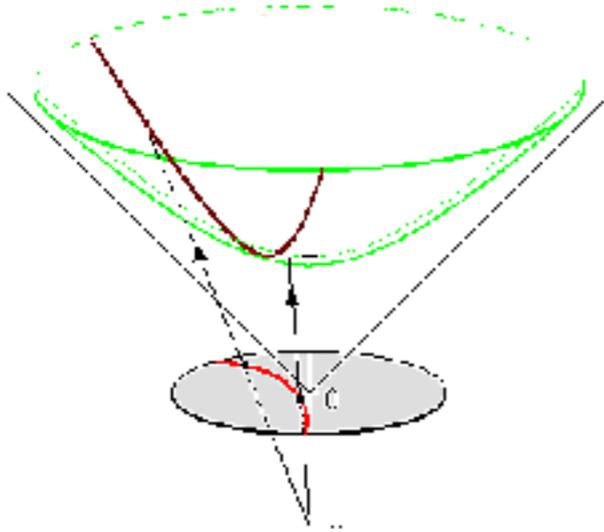


Anges et démons de M. C. Escher

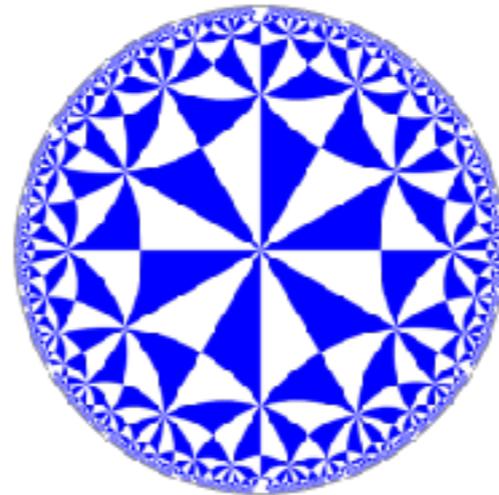
Géométrie hyperbolique, surfaces de Riemann... beaucoup de travaux, de prix et médailles (Gromov, Mirzakhani, Perelman, Nash, Villani et bien d'autres) et des connections avec beaucoup d'autres domaines des mathématiques (géométrie différentielle, analyse, EDP, analyse complexe...)

Le 5ème postulat et les géométries non euclidiennes

Autres représentations de ces géométries



Relation entre le disque de Poincaré et une nappe de l'hyperboloïde.



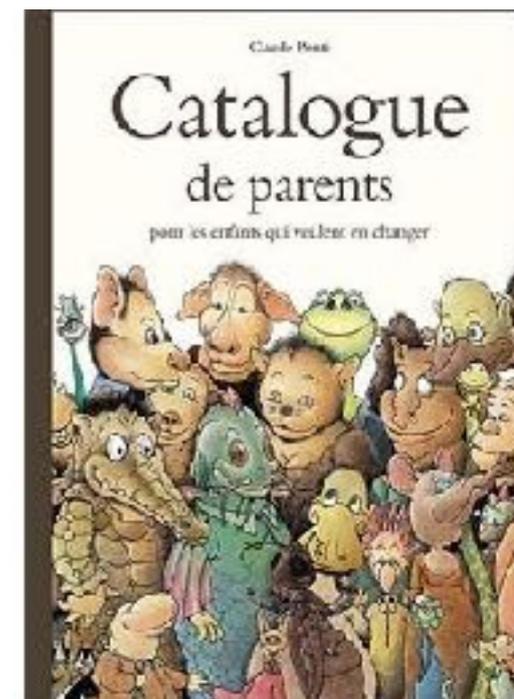
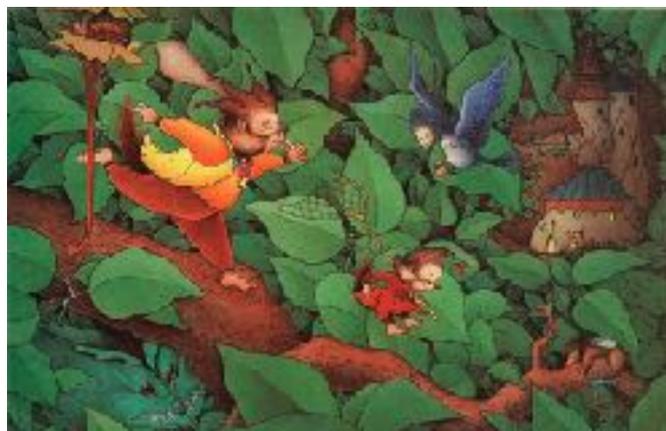
Pavage du disque de Poincaré par des triangles.



Anges et démons de M. C. Escher

Géométrie hyperbolique, surfaces de Riemann... beaucoup de travaux, de prix et médailles (Gromov, Mirzakhani, Perelman, Nash, Villani et bien d'autres) et des connections avec beaucoup d'autres domaines des mathématiques (géométrie différentielle, analyse, EDP, analyse complexe...)

« Quand on lit des choses sur les grands chercheurs, les grands mathématiciens, à chaque fois on nous dit que ce sont des rêveurs, des poètes. Pour avancer en maths, il faut imaginer des choses différentes. Le jour où quelqu'un est sorti de la géométrie euclidienne, il s'est imaginé autre chose, un triangle posé sur une sphère, des droites parallèles qui se coupaient, etc. Moi, le jour où on m'a parlé de géométrie non euclidienne en cours, tout à coup, j'ai eu le sentiment de respirer ! » Claude Ponti, illustrateur de livres pour enfants...



Je le vois, c'est évident... Pourquoi le démontrer ?

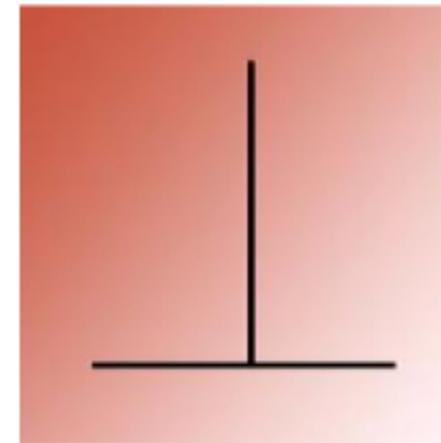
Je le vois et je le démontre

Je le vois et je ne peux/sais pas le démontrer

Je ne le vois pas et je le démontre

Je ne le vois pas et je ne le démontre pas !!

Que veut dire le démontrer ? (« c'est évident si je le vois » ?)...



Approche expérimentale (observations) # Approche Mathématicienne

« Je le vois mais je ne le crois pas... », Georges Cantor (1877)

Je le vois, c'est évident... Pourquoi le démontrer ?

Un exemple « antique » *sur les nombres premiers*
(théorie des nombres, arithmétique)



Copyright © Images.com/Corbis

*Un nombre est **premier** s'il est plus grand que 2 et s'il n'est divisible que par 1 et par lui-même. Tout autre nombre admet des diviseurs premiers.*

Exemples : 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17 sont **premiers**

4=2x2, 6=2x3, 9=3x3, 12=2x2x3, 15=3x5 ne sont **pas premiers**

Comment reconnaître un nombre premier ?

6 700 417 ? le plus grand nombre premier découvert par Leonhard Euler en 1732...

489415464119070561799 ? = 199^9 pas premier... comme vous l'aviez deviné :-))

- Peut-on prédire le nombre premier suivant **6700417 ?**
- Quel sera l'écart entre les deux?
- **Est-ce qu'on est sûr qu'il en existe un plus grand ? ou bien est-ce que la liste de nombres premiers s'arrête ? (nombre fini)**

Je le vois, c'est évident... Pourquoi le démontrer ?

- Est-ce que la liste de nombres premiers s'arrête ? (nombre fini)



Euclide, les Éléments, proposition 20 du livre IX :

« Les nombres premiers sont plus nombreux que n'importe quelle multitude de nombres premiers proposés. »

Autrement dit : *il existe une infinité de nombres premiers.*

Démonstration ? 🤖 Très belle démonstration d'Euclide (démonstration directe)

Repose sur la remarque que 2 nombres consécutifs ne peuvent pas avoir les mêmes diviseurs (les nombres divisibles par 2 sont espacés de 2, par 3 sont espacés de 3 etc).

On note $\{p_1, p_2, \dots, p_m\}$ la liste des m premiers nombres premiers.

$$N = p_1 \times p_2 \times \dots \times p_m$$

$N+1$ ne peut pas être divisible par ces nombres premiers là. Par conséquent il existe un nombre premier $p > p_m$. CQFD



Copyright © Images.com/Corbis



Je le vois, c'est évident... Pourquoi le démontrer ?

- Est-ce que la liste de nombres premiers s'arrête ? (nombre fini)



Euclide, les Eléments, proposition 20 du livre IX :

« Les nombres premiers sont plus nombreux que n'importe quelle multitude de nombres premiers proposés. »

Autrement dit : *il existe une infinité de nombres premiers.*

Démonstration ? 🧠 Très belle démonstration d'Euclide (démonstration directe)

Repose sur la remarque que 2 nombres consécutifs ne peuvent pas avoir les mêmes diviseurs (les nombres divisibles par 2 sont espacés de 2, par 3 sont espacés de 3 etc).

On note $\{p_1, p_2, \dots, p_m\}$ la liste des m premiers nombres premiers.

$$N = p_1 \times p_2 \times \dots \times p_m$$

$N+1$ ne peut pas être divisible par ces nombres premiers là. Par conséquent il existe un nombre premier $p > p_m$. CQFD

Le plus grand nombre premier découvert aujourd'hui : $2^{74\,207\,281}-1$, il comporte 22 338 618 chiffres ! et a été trouvé en janvier 2016 par le Great Internet Mersenne Prime Search (GIMPS).



Copyright © Images.com/Corbis

● Répartition des nombres premiers ? écarts entre 2 nombres premiers consécutifs?

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25
 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47
 48 49 50 51 52 53 54 55 56 57 58 59 60 61 62 63 64 65 66 67 68 69

1, 2, 2, 4, 2, 4, 2, 4, 6, 2, 6, 4, 2, 4, 6, 6, 2, 6, 4, 2, 6, 4, 6, 8, 4,
 2, 2, 2, 4, 14, 4, 6, 8, 2, 10, 2, 6, 6, 4, 6, 6, 2, 10, 2, 4, 2, ...

écart de 2 : **jumeaux** (ex : 3 et 5),
 écart de 4 : **cousins** (ex : 7 et 11),
 écart de 6 : **sexy!** (ex : 31 et 37).

La liste des nombres premiers jumeaux s'arrête-t-elle?

David Hilbert (1862-1943)



Hilbert : qu'est-ce qu'un « **bon problème** » ?

liste de 23 « *problèmes de Hilbert* » (1900)

problèmes de Hilbert numéro 8 : {**Conjecture des nombres premiers jumeaux**,
conjecture de Goldbach, **hypothèse de Riemann**}, 3 conjectures **encore**
ouvertes!

● Répartition des nombres premiers ? écarts entre 2 nombres premiers consécutifs?

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25
 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47
 48 49 50 51 52 53 54 55 56 57 58 59 60 61 62 63 64 65 66 67 68 69

1, 2, 2, 4, 2, 4, 2, 4, 6, 2, 6, 4, 2, 4, 6, 6, 2, 6, 4, 2, 6, 4, 6, 8, 4,
 2, 2, 2, 4, 14, 4, 6, 8, 2, 10, 2, 6, 6, 4, 6, 6, 2, 10, 2, 4, 2, ...

écart de 2 : **jumeaux** (ex : 3 et 5),
 écart de 4 : **cousins** (ex : 7 et 11),
 écart de 6 : **sexy!** (ex : 31 et 37).

La liste des nombres premiers jumeaux s'arrête-t-elle?

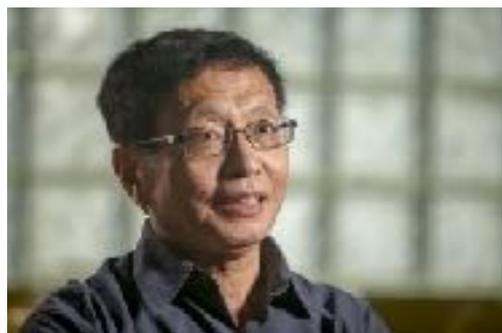
David Hilbert (1862-1943)



Hilbert : qu'est-ce qu'un « **bon problème** » ?

liste de 23 « **problèmes de Hilbert** » (1900)

problèmes de Hilbert numéro 8 : {**Conjecture des nombres premiers jumeaux, conjecture de Goldbach, hypothèse de Riemann**}, 3 conjectures **encore ouvertes!**



Yang Zhang (1955)

Théorème de Zhang, 2013 (conjecture faible des nombres premiers jumeaux) : **il existe une infinité de couples de nombres premiers écartés au maximum de 70 millions !**



James Maynard (1987)

Forum de discussion **Polymaths.**

En 2014, James Maynard ramène cet écart à 246 !

- Répartition des nombres premiers ? écarts entre 2 nombres premiers consécutifs?

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25
 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47
 48 49 50 51 52 53 54 55 56 57 58 59 60 61 62 63 64 65 66 67 68 69

1, 2, 2, 4, 2, 4, 2, 4, 6, 2, 6, 4, 2, 4, 6, 6, 2, 6, 4, 2, 6, 4, 6, 8, 4,
 2, 2, 2, 4, 14, 4, 6, 8, 2, 10, 2, 6, 6, 4, 6, 6, 2, 10, 2, 4, 2, ...

écart de 2 : **jumeaux** (ex : 3 et 5),
 écart de 4 : **cousins** (ex : 7 et 11),
 écart de 6 : **sexy!** (ex : 31 et 37).

La liste des nombres premiers jumeaux s'arrête-t-elle?

David Hilbert (1862-1943)



Hilbert : qu'est-ce qu'un « **bon problème** » ?

liste de 23 « *problèmes de Hilbert* » (1900)

problèmes de Hilbert numéro 8 : {**Conjecture des nombres premiers jumeaux**, **conjecture de Goldbach**, **hypothèse de Riemann**}, 3 conjectures **encore ouvertes!**



Yang Zhang (1955)

Théorème de Zhang, 2013 (conjecture faible des nombres premiers jumeaux) : *il existe une infinité de couples de nombres premiers écartés au maximum de 70 millions !*



James Maynard (1987)

Forum de discussion **Polymaths**.

En 2014, James Maynard ramène cet écart à 246 !

- A quoi ça sert ?! Applications en **cryptographie**... (voir Film Codebreaker)

Je le vois, c'est évident... Pourquoi le démontrer ?

Un dernier exemple en théorie des nombres :

la seconde conjecture de Polignac
(1849) toujours sur les nombres premiers...

Tout nombre impair se décompose comme la somme d'une puissance de 2 et d'un nombre premier.

3	$2^1 + 1$
5	$2^1 + 3$
7	$2^1 + 5$
9	$2^2 + 5$
11	$2^3 + 3$
13	$2^3 + 5$
15	$2^3 + 7$
29	$2^4 + 13$
45	$2^5 + 13$
83	$2^6 + 19$

Conjecture vérifiée jusqu'à 83... donc vraie ! ?...

La 2nde conjecture de Polignac est fausse : démonstration par **contre-exemple** : conjecture fausse pour 127 !

$$\begin{aligned}127 &= 1 + 126 = 2^0 + (2 * 63) \\127 &= 2 + 125 = 2^1 + (5 * 25) \\127 &= 4 + 123 = 2^2 + (3 * 41) \\127 &= 8 + 119 = 2^3 + (7 * 17) \\127 &= 16 + 111 = 2^4 + (3 * 37) \\127 &= 32 + 95 = 2^5 + (5 * 19) \\127 &= 64 + 63 = 2^6 + (3 * 21) \\2^7 &= 128 > 127\end{aligned}$$

Toutes les combinaisons possibles de 127 comme somme d'une puissance de 2 et d'un « reste » entier : aucun de ces « restes » n'est premier.





Sophie Germain (1776-1831) alias Antoine Auguste Le Blanc !

Mathématicienne, physicienne et philosophe. Contributions importantes en théorie des nombres (*théorème de Sophie Germain*) et sur la théorie mathématique de l'élasticité des corps. Première femme à remporter un prix de l'Académie des sciences

« Comment vous décrire mon admiration et mon étonnement, en voyant se métamorphoser mon correspondant estimé M. Leblanc en cette illustre personnage, qui donne un exemple aussi brillant de ce que j'aurois peine de croire... Mais lorsqu'une personne de ce sexe, qui, par nos mœurs et par nos préjugés, doit rencontrer infiniment plus d'obstacles et de difficultés, que les hommes, à se familiariser avec ces recherches épineuses, sait néanmoins franchir ces entraves et pénétrer ce qu'elles ont de plus caché, il faut sans doute, qu'elle ait le plus noble courage, des talents tout à fait extraordinaires, le génie supérieur.... »

Extrait de lettre du « prince des mathématiciens », Gauss, 30 avril 1807

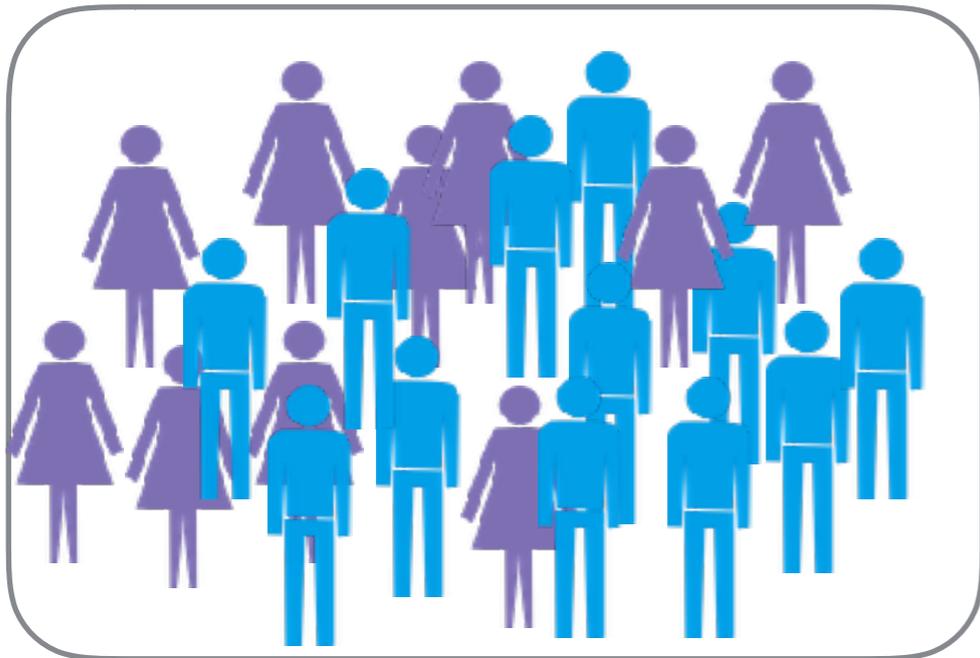


Georges Cantor
(1845-1918)

« Je le vois mais je ne le crois pas », Georges Cantor (1877)

Théorie des ensembles,
bijections...

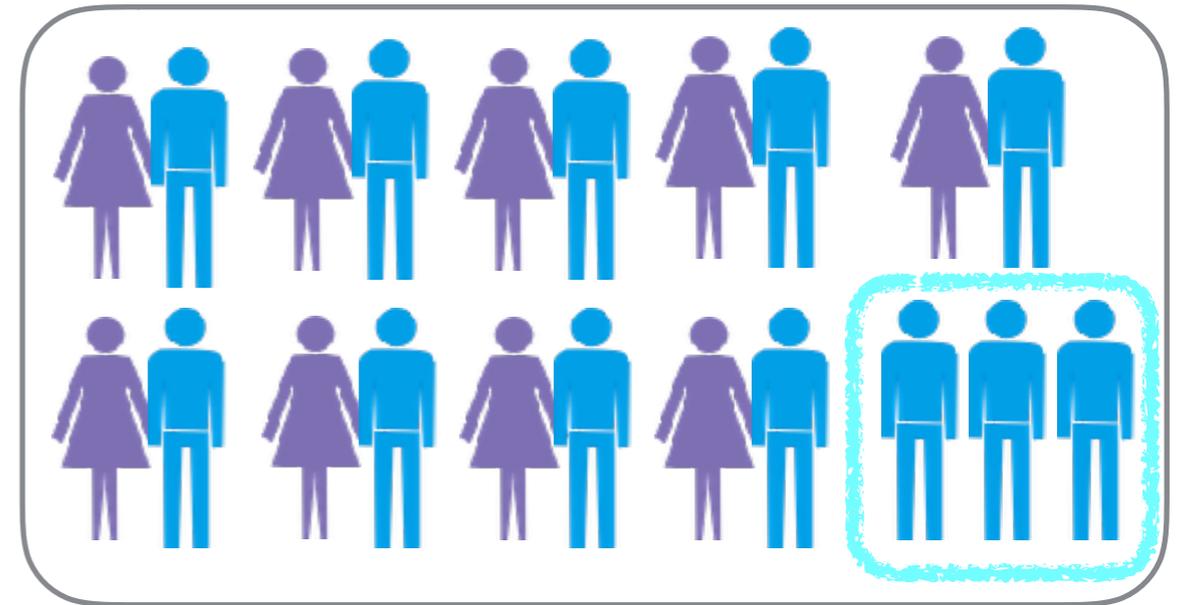
L'ensemble classe



sous-ensembles : Filles, Garçons

Bijection entre les deux ensembles

Filles \longleftrightarrow Garçons ?



Bijection Filles \longleftrightarrow Garçons : **NON**



Bijection Filles \longleftrightarrow Garçons : **OUI**



Georges Cantor
(1845-1918)

« *Je le vois mais je ne le crois pas* », Georges Cantor (1877)

Y a-t'il plus de points sur un segment de longueur 1 ou dans un carré de côté 1 ?



Cantor démontre :

il y a exactement autant de points sur le segment que dans le carré !

et est effrayé de cette réponse **contraire à notre intuition**. Il doit finalement admettre ce qu'il **voit** (dans sa preuve) mais **ne peut pas croire**... Il en existe une **infinité** dans les deux cas (la même infinité!)

Preuve : il établit une **bijection** entre les deux ensembles (infinis)...

De la même façon, Cantor démontre :

Il y a autant de nombres entiers pairs que de nombres entiers naturels !

Par contre :

Les nombres réels sont « plus nombreux » que les nombres entiers naturels !

—> pas le même infini ! notion d'**infinité dénombrable** (entiers) ou **pas** (réels)

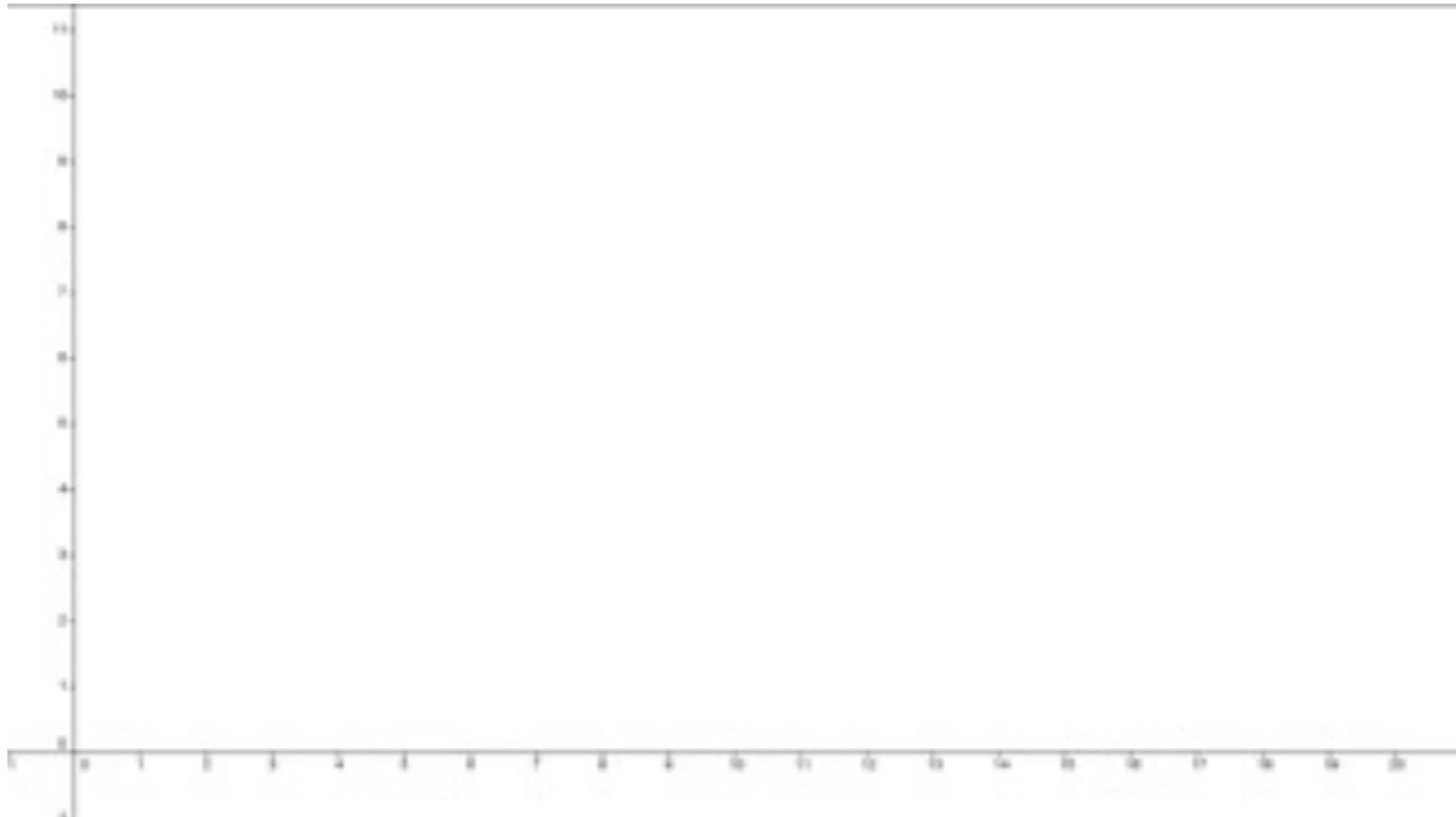


David Hilbert (1862-1943)



Georges Cantor
(1845-1918)

Le merveilleux hôtel de Hilbert



<http://eljidx.canalblog.com/archives/2015/02/08/31483455.html>

Démonstration et démarche mathématique

La démarche mathématique hypothético-déductive : hypothèse

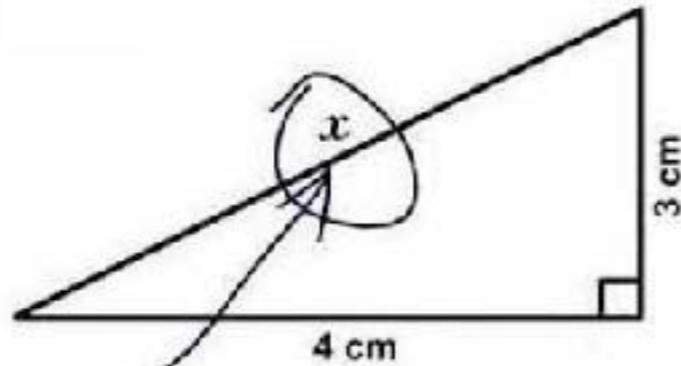
- Contre-exemple (faux)
- démonstration directe
- démonstration par l'absurde (si c'était faux... raisonnement... contradiction, donc vrai !)
- démonstration par récurrence
- démonstration constructive (exemple : existence d'une solution d'un problème ? on la calcule donc elle existe...)
- démonstration non constructive (exemple : existence d'une solution d'un problème ? montrée par des arguments abstraits)
- ...

Démarche mathématique :

- 1- **Axiomes ou postulats** (base de la théorie)
- 2- **Definitions** de concepts
- 3- **Théorèmes** ou *propositions* contenant des résultats sous certaines hypothèses
- 4- **Démonstrations**

Des **axiomes différents** mènent à des théories mathématiques différentes

Trouver x



Il est là

Mathématiques et plaisir, jeu, enquête, évasion...

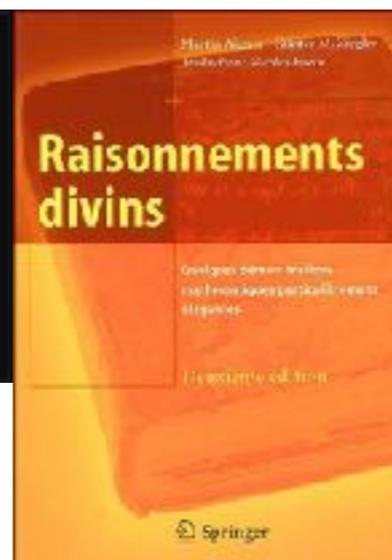


Why are numbers beautiful? It's like asking why is Beethoven's Ninth Symphony beautiful. If you don't see why, someone can't tell you. I know numbers are beautiful. If they aren't beautiful, nothing is.

— Paul Erdős —

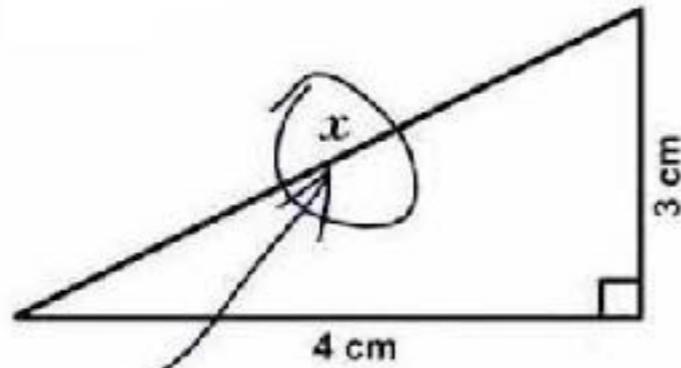
ALPHA

Paul Erdős, le Grand Livre
(1913-1996)



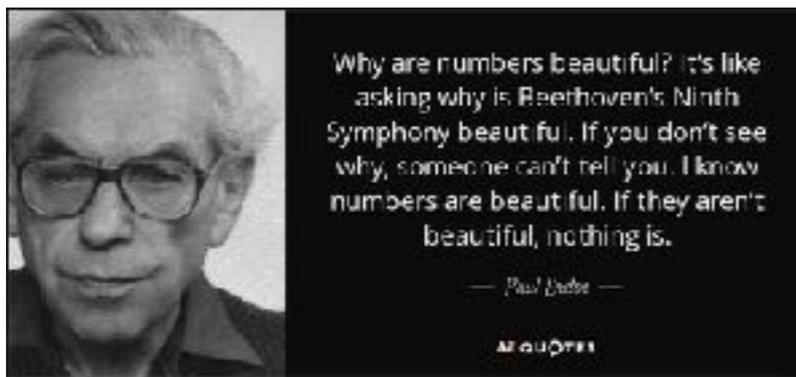
Notion d'élégance, de beauté en mathématiques !

Trouver x

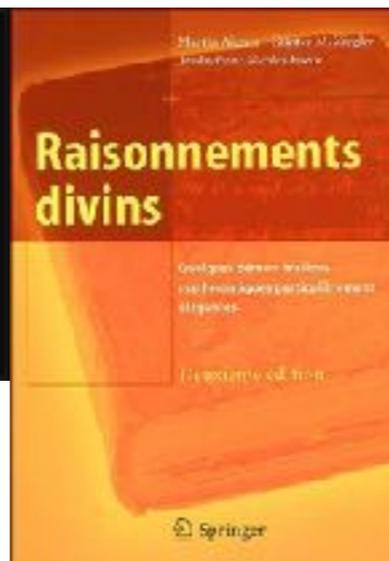


Il est là

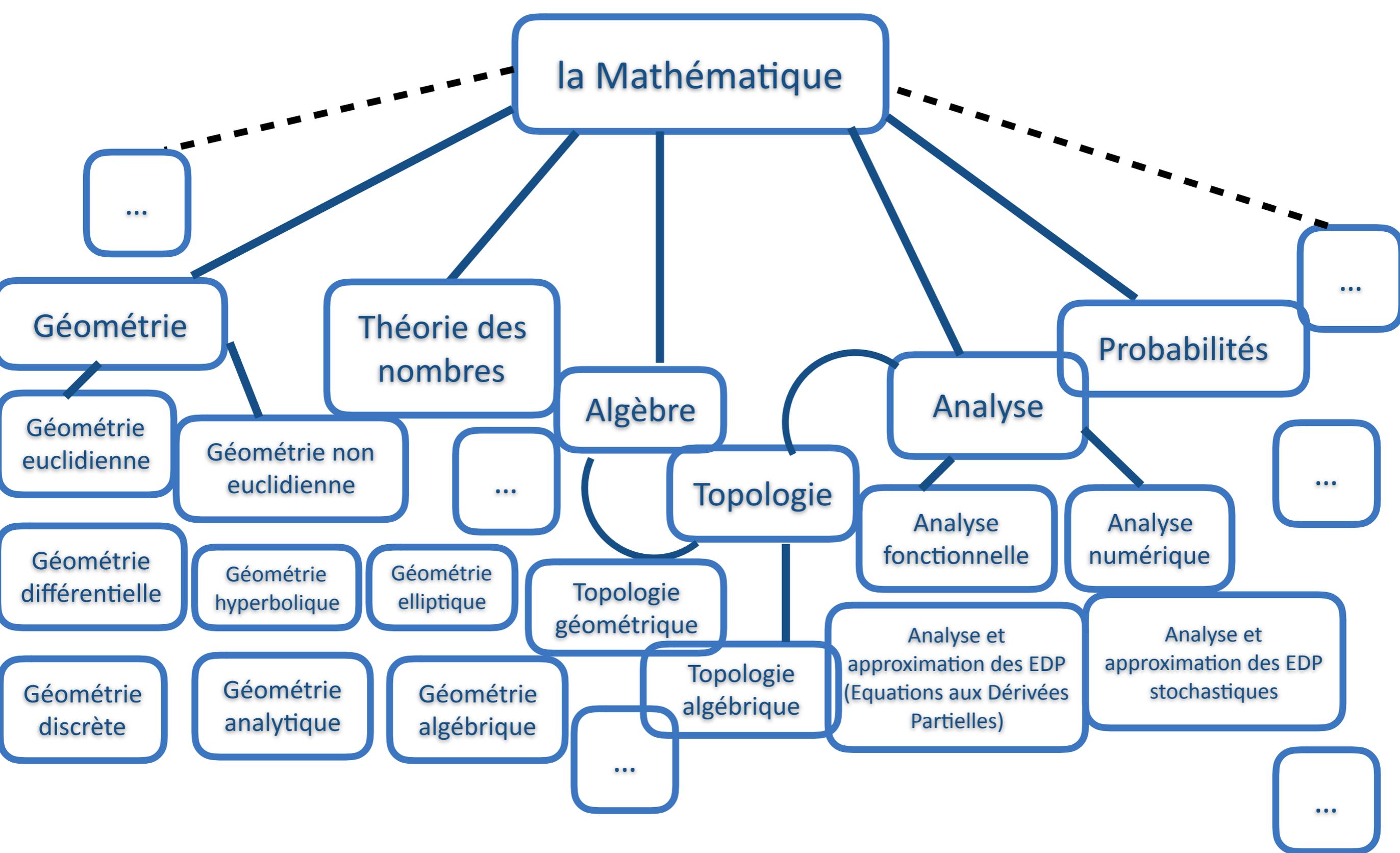
Mathématiques et plaisir, jeu, enquête, évasion...



Paul Erdős, le Grand Livre (1913-1996)



Notion d'élégance, de beauté en mathématiques !

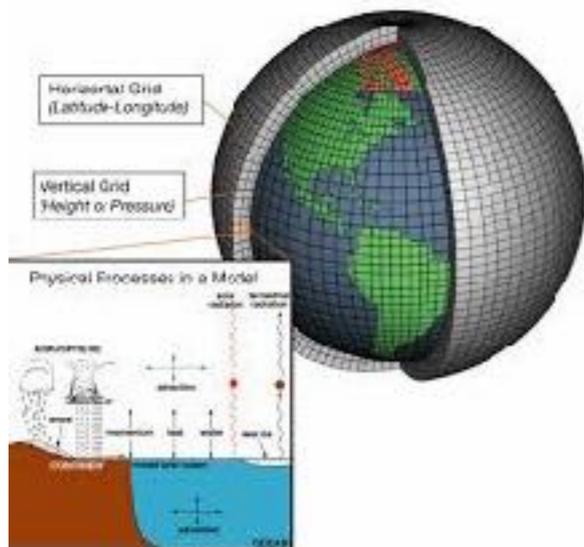
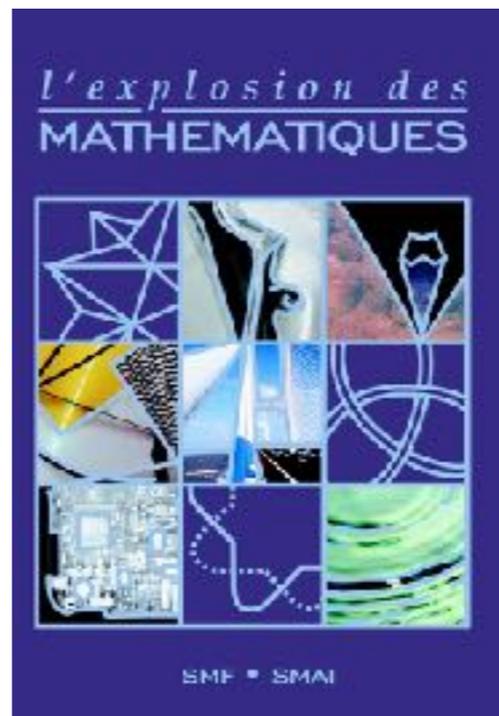


« je dirais que les mathématiques c'est la science des opérations habiles effectuées sur des concepts et des règles qui ont été inventés précisément à cette intention. » Wigner, déraisonnable efficacité des mathématiques

Les mathématiques depuis l'arrivée des ordinateurs...

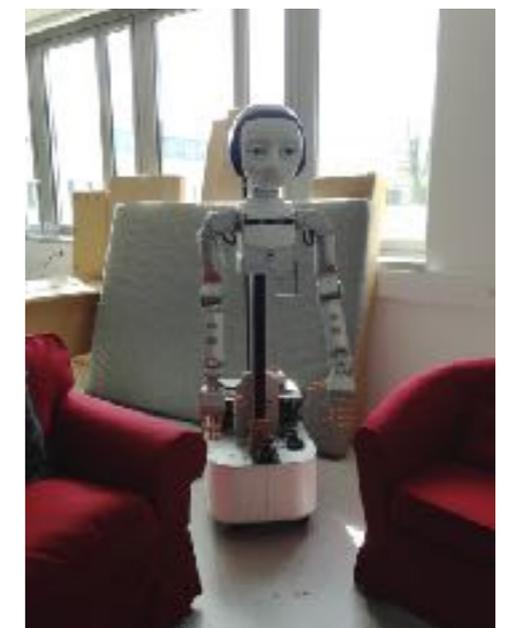
ont ouvert de **nouveaux champs d'investigations de nouveaux domaines ou sous-domaines des mathématiques**... une multitude de voies de recherche...

informatique, électronique, robotique, cryptographie, algorithmes, **analyse numérique et simulations numériques**, probabilités, Big Data, ...



Société Mathématique de France
Société de Mathématiques Appliquées et Industrielles

Applications tout autour de nous : météo, climat, téléphones portables, cartes bancaires, internet, système électoral, ...





Quelques références

Accromath <http://accromath.uqam.ca/>



<http://www.animath.fr/>



<http://images.math.cnrs.fr/>

Bibmath

<http://bibmath.net/>



Kafemath <http://kafemath.fr/>



<https://interstices.info/>



<http://smai.emath.fr/>



<http://smf.emath.fr/>



<http://www.breves-de-maths.fr/>

http://therese.eveilleau.pagesperso-orange.fr/pages/hist_mat/textes/femmes.htm

Etude de lettres, Hypatie d'Alexandrie entre réalité historique et récupérations idéologiques <https://edl.revues.org/390>

« Je le vois, mais je ne le crois pas... ». Preuves et vérités dans les sciences formelles, Revue européenne des Sciences Sociales, 2003, <https://ress.revues.org/407>

<http://www.maths-et-tiques.fr/>

Et bien sur Wikipedia!...