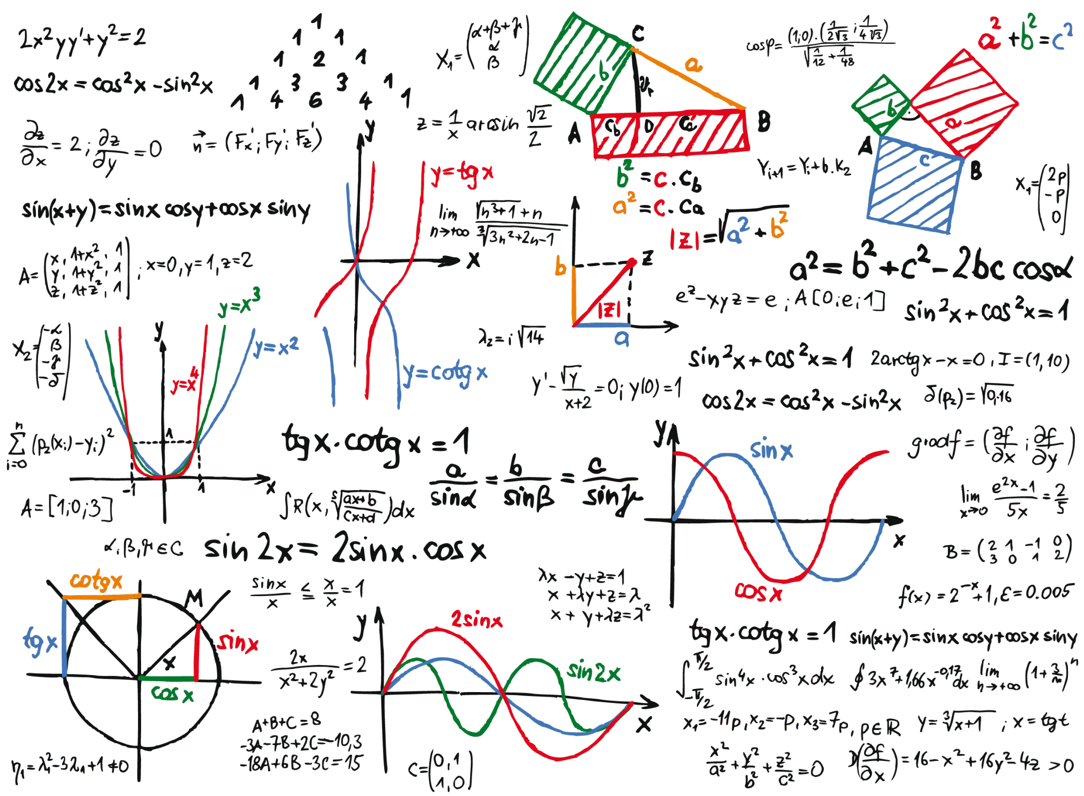
Promenade mathématique

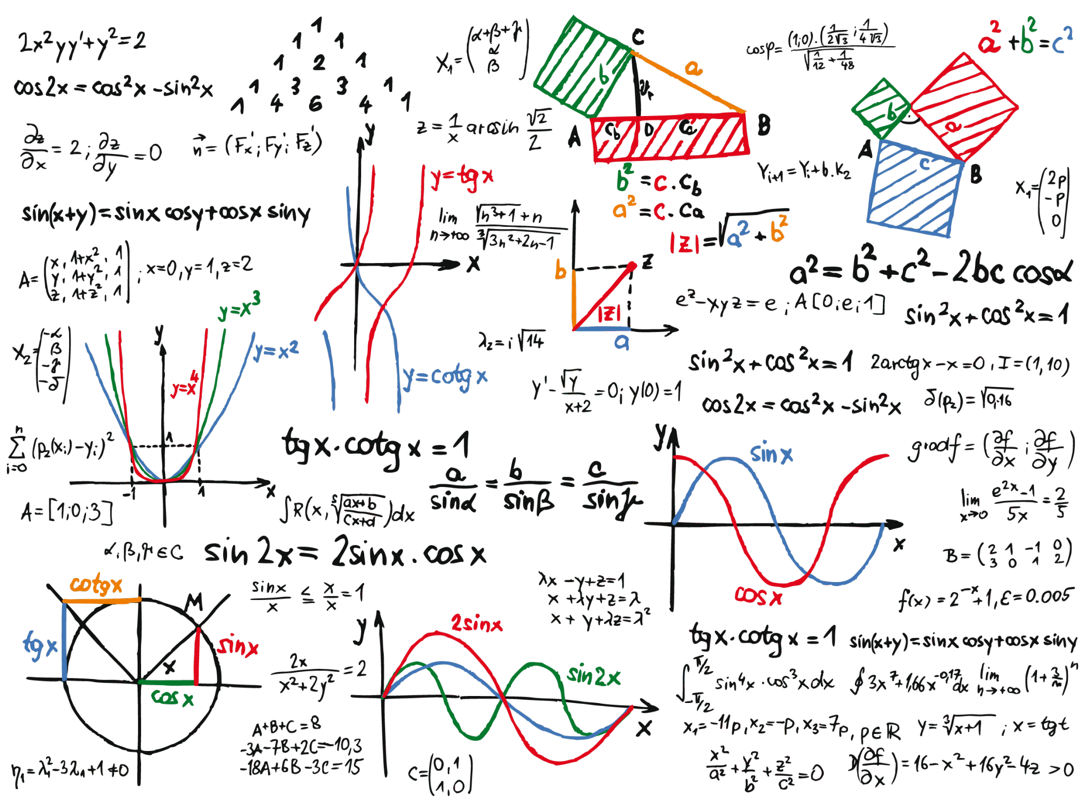
Olympiades nationales de mathématiques
30 Mai 2018



Eliane Bécache
Laboratoire POEMS
(UMR CNRS/ENSTA/INRIA)
Université Paris Saclay

Promenade mathématique

Olympiades nationales de mathématiques
30 Mai 2018

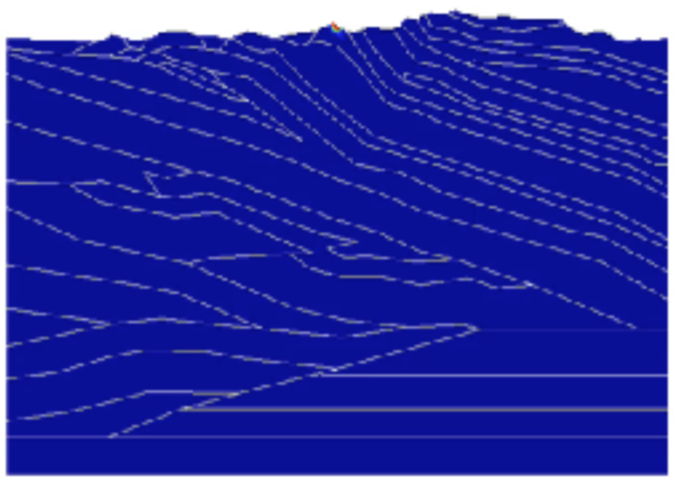


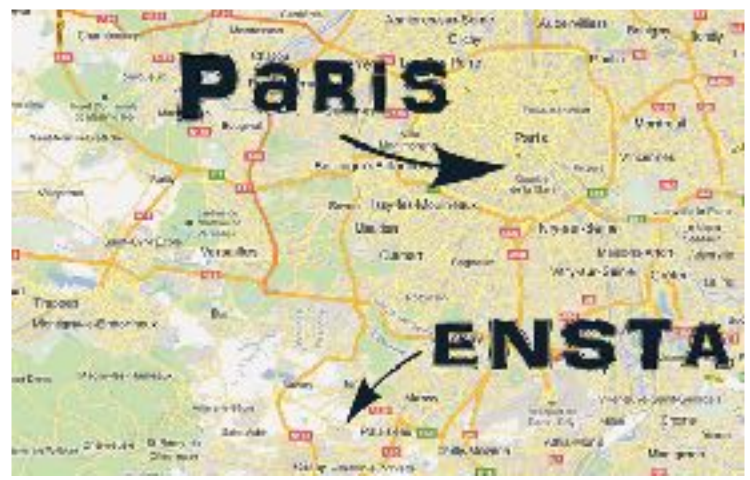
Eliane Bécache
Laboratoire POEMS
(UMR CNRS/ENSTA/INRIA)
Université Paris Saclay

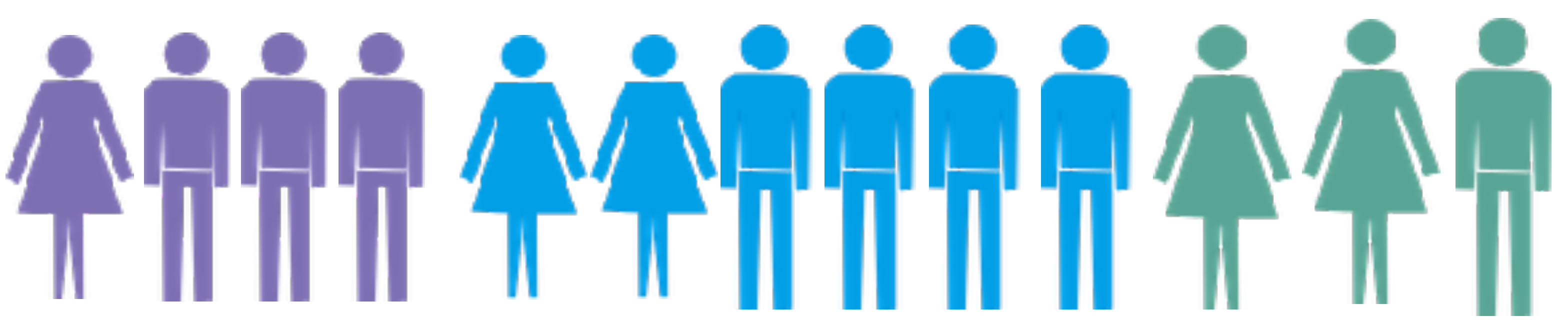
Qui suis-je ?

Chercheuse INRIA en Mathématiques Appliquées au laboratoire POEMS de l'UMA à l'Ensta…

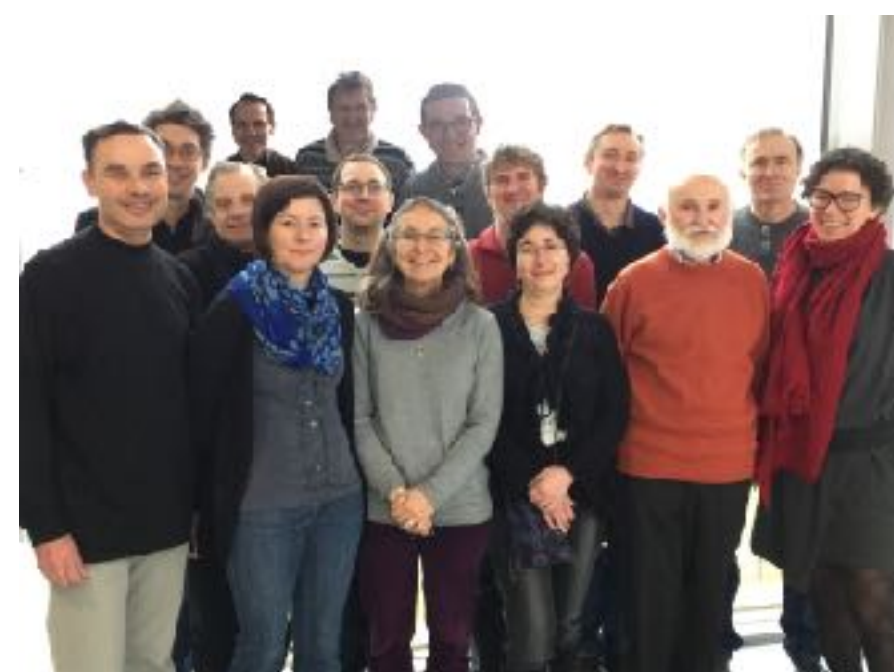
Laboratoire POEMS = Propagation d'Ondes : Étude Mathématique et Simulations
UMR = Unité Mixte de Recherche CNRS/ENSTA/ INRIA , Université Paris Saclay







ENSTA **CNRS** **INRIA**



Qu'est-ce qui motive les gens à faire des mathématiques?
Les maths à quoi ça sert?
Qu'est-ce qu'un.e mathématicien.ne?… drôle de métier? que fait-il/elle?

Que découvre-t-on encore en mathématiques ?
Qu'est-ce qu'une preuve (démonstration) ?
Y a-t'il des différences entre maths et physique?
Qu'est-ce qu'une démarche mathématique ?
…

Idées vraies ou fausses ?

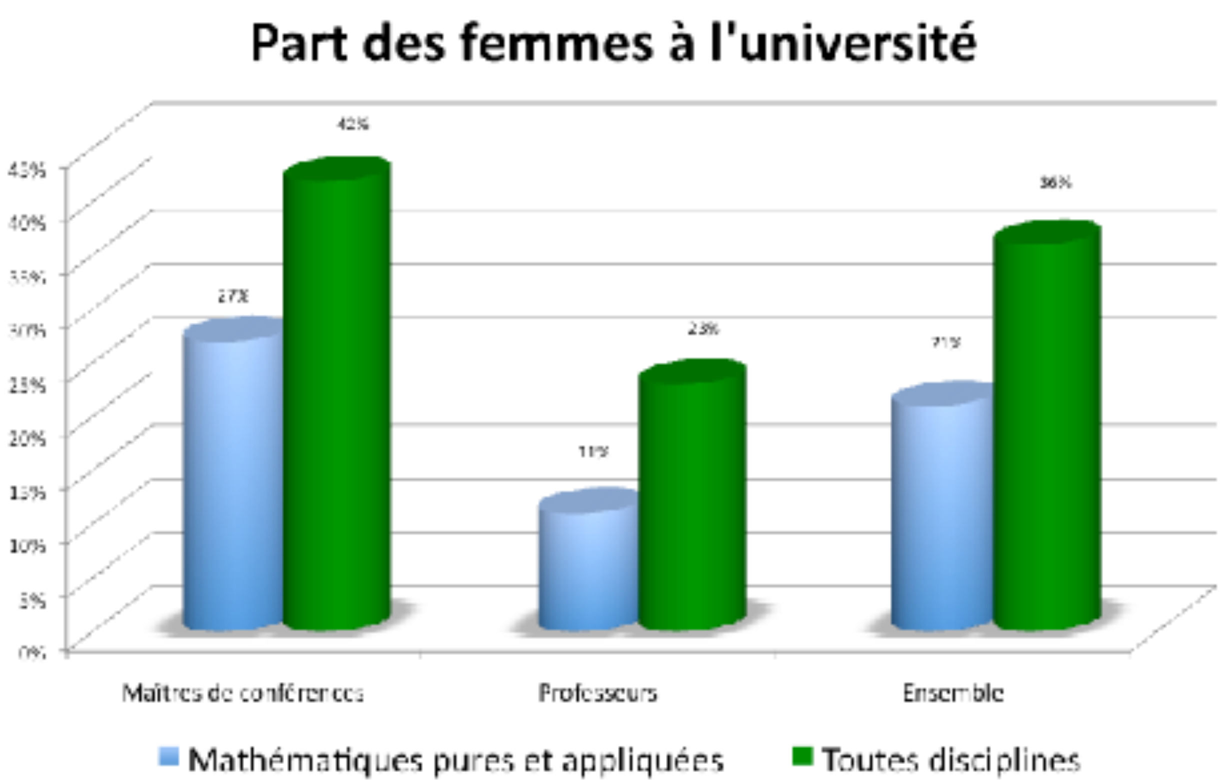
Les mathématiciens sont des savants fous, dans la lune et mystérieux !
C'est tous des génies !
Pour faire des maths il faut être bon en calcul…
Les maths c'est pas pour les filles !

Qui sont les mathématicien.ne.s ?

En France : environ 4000 mathématicien.ne.s

Dans le monde : entre 80 000 et 100 000 mathématicien.ne.s

Le mathématicien est-il… une mathématicienne ?



Au CNRS et à l'INRIA : 17 % de femmes

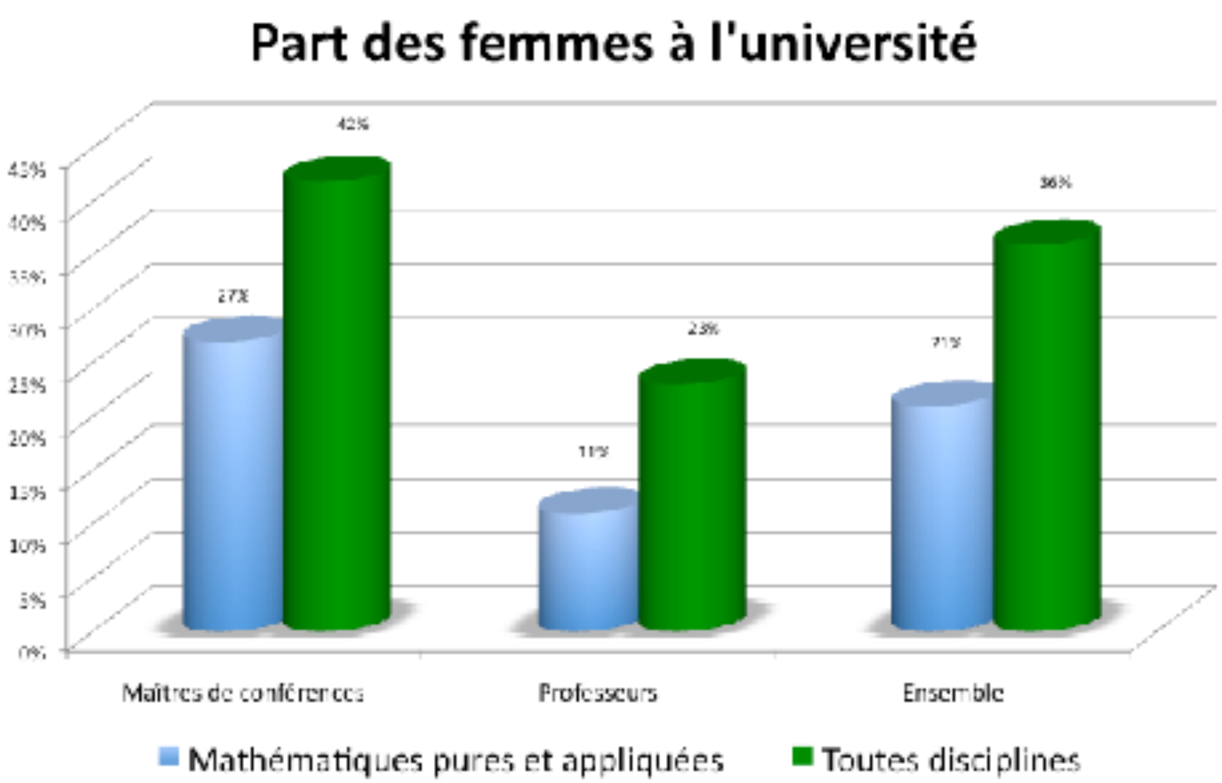
Sources : étude sur la parité en mathématiques de Laurence Broze (2016) et Bilan social INRIA (2015)

Qui sont les mathématicien.ne.s ?

En France : environ 4000 mathématicien.ne.s

Dans le monde : entre 80 000 et 100 000 mathématicien.ne.s

Le mathématicien est-il… une mathématicienne ?



Au CNRS et à l'INRIA : 17 % de femmes

Sources : étude sur la parité en mathématiques de Laurence Broze (2016) et Bilan social INRIA (2015)

Le mathématicien est-il toujours un génie ?

Les Prix les + connus en mathématiques

Prix Nobel
(1901)
(tous les ans)

Medaille Fields
(1923)
(< 40 ans)
(4 tous les 4 ans)

Prix Abel
(2003)
(1 par an)

Les maths c'est pas pour les filles !?

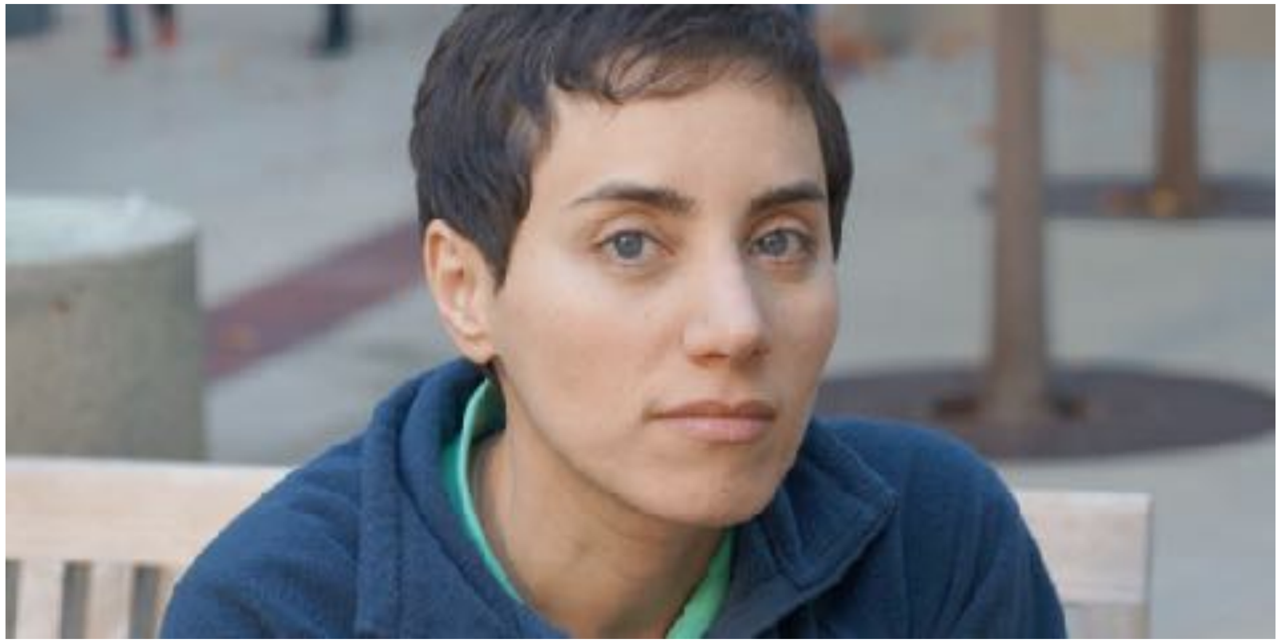
Reportage Fr2, JT 20h du 8/12/2005, I. Sabourault, V. Lucas, B. De St Jorre : La "bosse" des Mathématiques : les différences filles et garçons

http://www.francetvinfo.fr/societe/education/mathematiques-comment-les-idees-recues-changent-elles-le-cerveau-des-filles_1212967.html

A quoi ressemble un.e mathématicien.ne ?

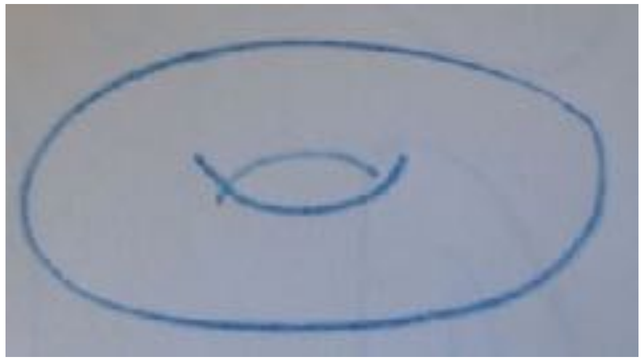
http://mathblogger.free.fr/index.php?entry=entry080502-150619

Une mathématicienne remarquable



Maryam Mirzakhani (5 mai 1977- 14 juillet 2017)

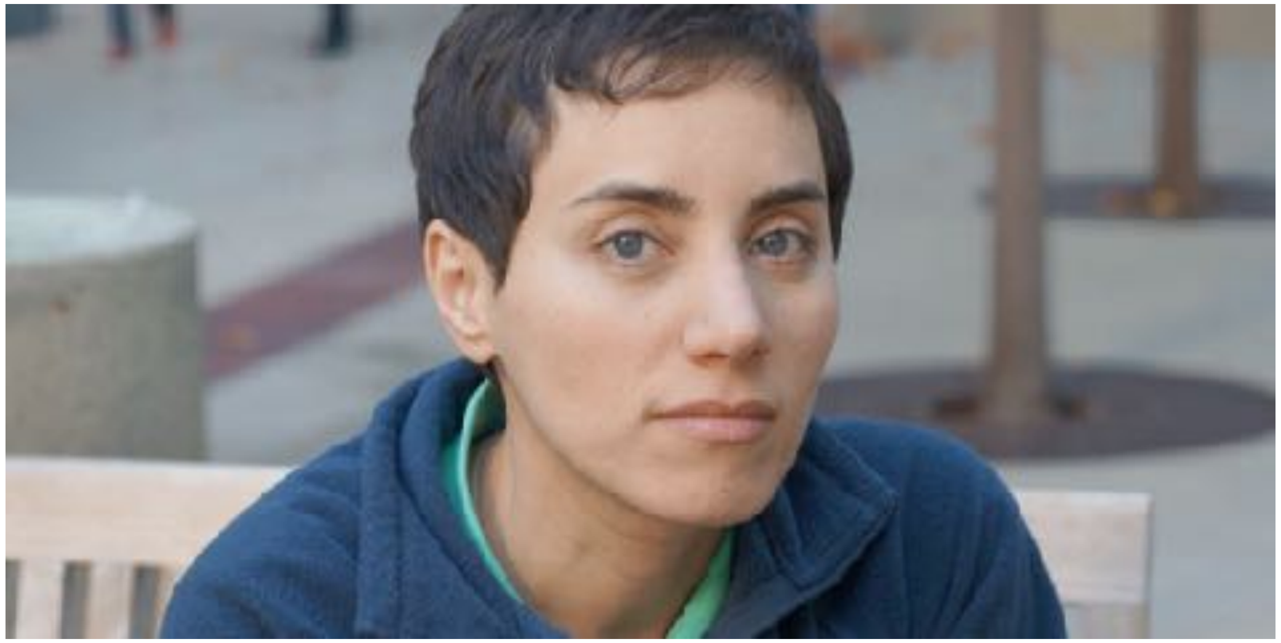
Surfaces de Riemann



Maryam Mirzakhani, iranienne et professeure à Stanford (Etats-Unis) : première femme mathématicienne à recevoir la médaille Fields, en 2014

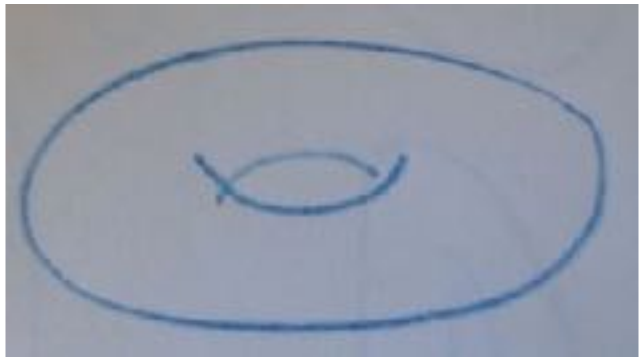
Maryam Mirzakhani a apporté des contributions frappantes et très originales à la **géométrie hyperbolique** et à l'étude des **systèmes dynamiques**. Son travail sur les **surfaces de Riemann** et sur les espaces de modules **met en relation plusieurs disciplines mathématiques** — la **géométrie hyperbolique, l'analyse complexe, la topologie, et la dynamique** — et les influence à son tour.

Une mathématicienne remarquable



Maryam Mirzakhani (5 mai 1977- 14 juillet 2017)

Surfaces de Riemann



Maryam Mirzakhani, iranienne et professeure à Stanford (Etats-Unis) : première femme mathématicienne à recevoir la médaille Fields, en 2014

Maryam Mirzakhani a apporté des contributions frappantes et très originales à la **géométrie hyperbolique** et à l'étude des **systèmes dynamiques**. Son travail sur les **surfaces de Riemann** et sur les espaces de modules **met en relation plusieurs disciplines mathématiques** — la **géométrie hyperbolique, l'analyse complexe, la topologie, et la dynamique** — et les influence à son tour.

Eléments d'Euclide (vers 300 av JC)

Couverture de la première édition anglaise des Éléments par Henry Billingsley, 1570.

Copie en grec des Eléménts (IXème siècle)

Euclide d'Alexandrie - Grec (-325 ; -265)

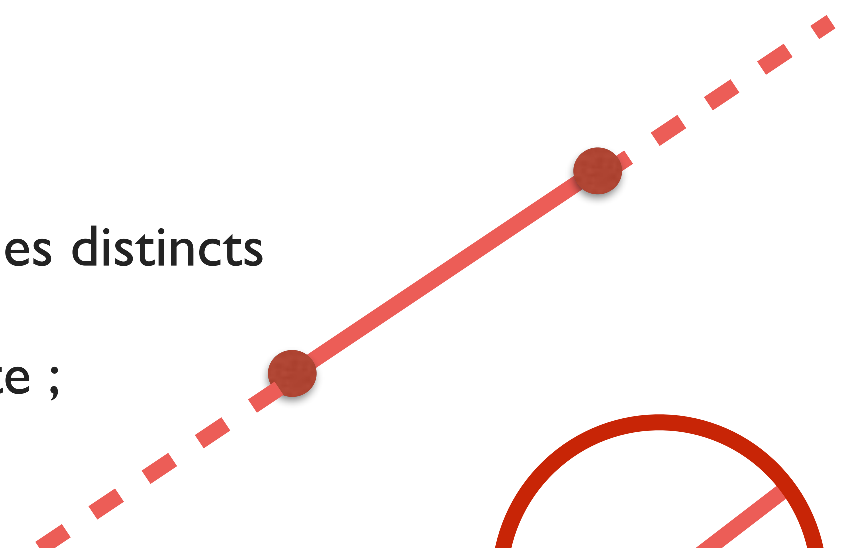
Eléments d'Euclide (vers 300 av JC)

Couverture de la première édition anglaise des Éléments par Henry Billingsley, 1570.

La construction d'Euclide se fonde sur cinq axiomes (ou postulats) :

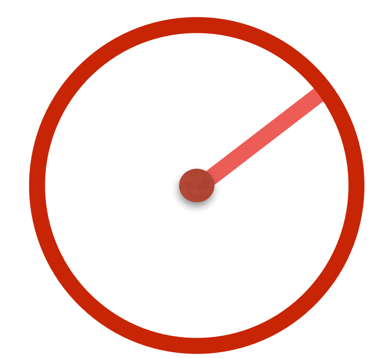
Copie en grec des Eléménts (IXème siècle)

Euclide d'Alexandrie - Grec (-325 ; -265)



1- Un segment de droite peut être tracé en joignant deux points quelconques distincts

2- Un segment de droite peut être prolongé indéfiniment en une ligne droite ;



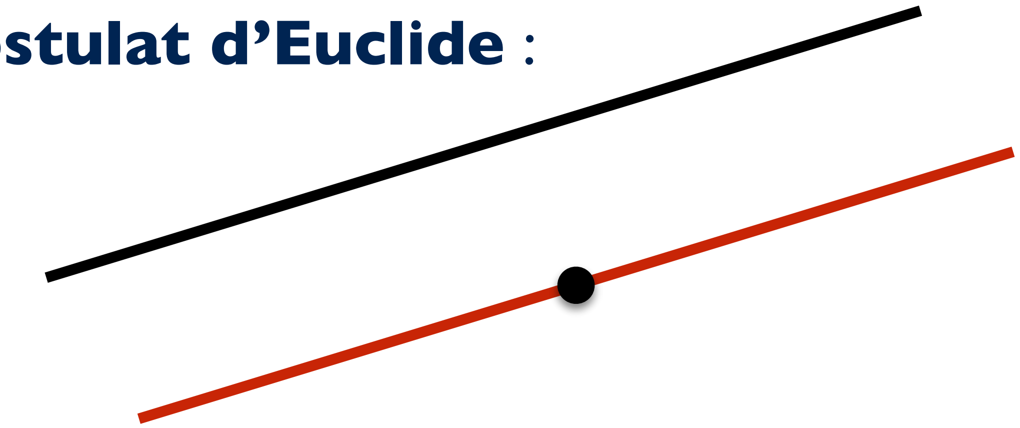
3- Étant donné un segment de droite quelconque, un cercle peut être tracé en prenant ce segment comme rayon et l'une de ses extrémités comme centre ;

4 - Tous les angles droits sont congruents ;

5 - Si deux lignes sont sécantes avec une troisième de telle façon que la somme des angles intérieurs d'un côté est strictement inférieure à deux angles droits, alors ces deux lignes sont forcément sécantes de ce côté.

Le 5ème postulat et les géométries non euclidiennes

Autre énoncé du postulat des parallèles, aussi appelé **postulat d'Euclide** :



5 - Par un point extérieur à une droite, il passe une droite et une seule parallèle à la droite donnée.

Des générations de mathématiciens essaient de montrer que ce postulat peut être déduit des quatre premiers postulats… En vain! Jusqu'au milieu du XIXe siècle.

Lobatchevski (1792-1856)

Bolyai (1802-1860)

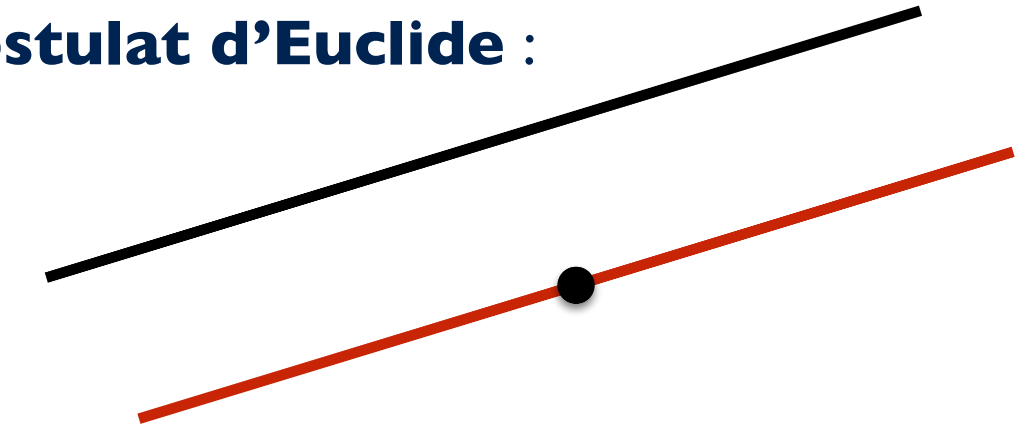
Gauss (1777-1855)

Un mathématicien russe *Nicolaï Ivanovitch Lobatchevski* (1793-1856), un hongrois *János Bolyai* (1802-1860) et un allemand *Carl Friedrich Gauss* (1777-1855) affirmeront sa négation :

Le 5ème postulat et les géométries non euclidiennes

Autre énoncé du postulat des parallèles, aussi appelé **postulat d'Euclide** :

5 - Par un point extérieur à une droite, il passe une droite et une seule parallèle à la droite donnée.



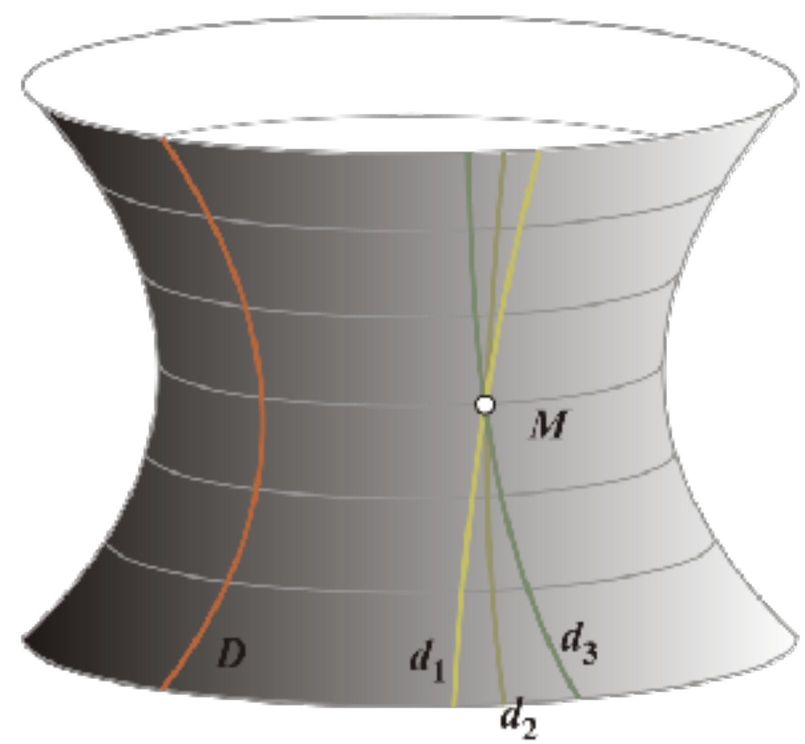
Des générations de mathématiciens essaient de montrer que ce postulat peut être déduit des quatre premiers postulats… En vain! Jusqu'au milieu du XIXe siècle.

Lobatchevski (1792-1856)

Bolyai (1802-1860)

Gauss (1777-1855)

Géométrie hyperbolique

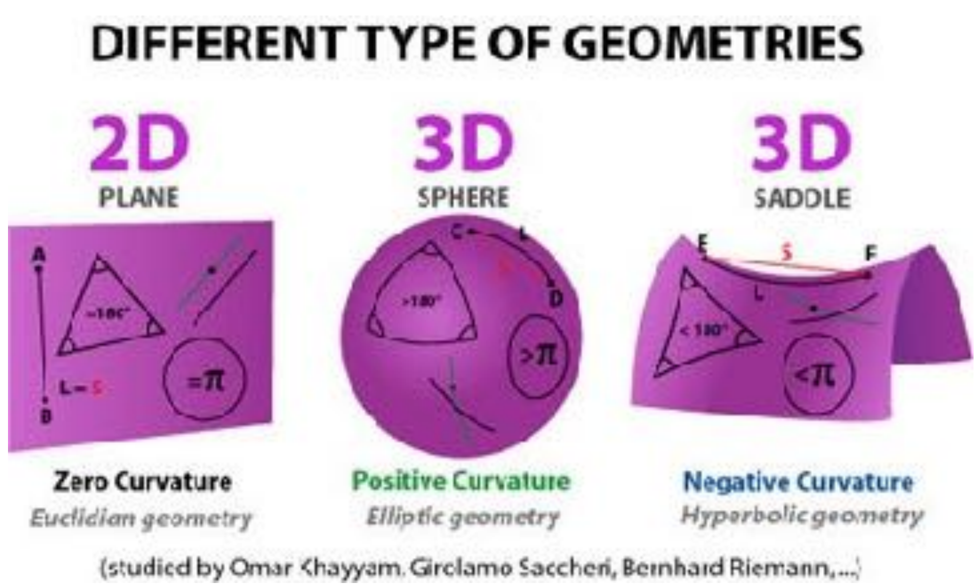


Un mathématicien russe *Nicolaï Ivanovitch Lobatchevski* (1793-1856), un hongrois *János Bolyai* (1802-1860) et un allemand *Carl Friedrich Gauss* (1777-1855) affirmeront sa négation :

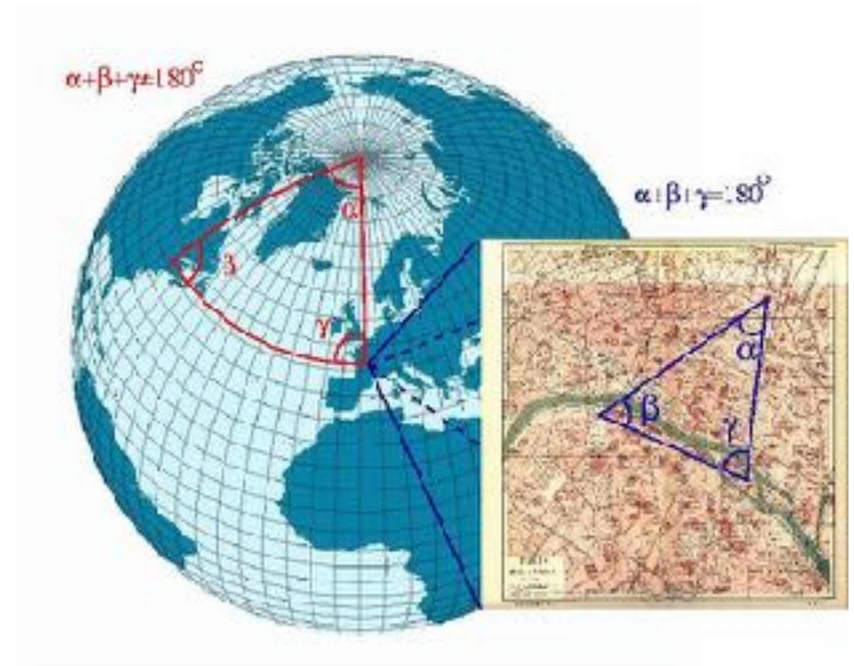
« Il existe une infinité de parallèles passant par un point extérieur à une droite donnée. »

Le 5ème postulat et les géométries non euclidiennes

Riemann (1826-1866)



Géométrie sphérique (elliptique)



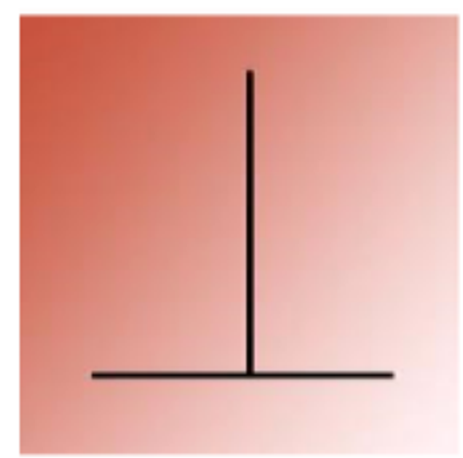
« Il n'existe pas de parallèle passant par un point extérieur à une droite donnée. »

Sur une sphère, un *segment* (*géodésique*) est un arc de cercle, et une droite est un cercle dont le centre est le centre de la sphère.

La géométrie riemannienne est la branche des mathématiques qui étudie les espaces courbes sur lesquels existent des distances et des angles. La recherche et l'étude des plus courts chemins, ou géodésiques, est une des préoccupations importantes de cette branche. Ces nouvelles géométries « courbes » sont fondamentales dans la théorie de la relativité… Et se retrouvent aujourd'hui dans le … GPS!

Je le vois, c'est évident…Pourquoi le démontrer ?

Je le vois et je le démontre
Je le vois et je ne peux/sais pas le démontrer
Je ne le vois pas et je le démontre
Je ne le vois pas et je ne le démontre pas !!
Que veut dire *le démontrer ? (« c'est évident si je le vois » ?)…*



Approche expérimentale (observations) # Approche Mathématicienne

« Je le vois mais je ne le crois pas… », Georges Cantor (1877)

Je le vois, c'est évident… Pourquoi le démontrer ?


Copyright © Images.com/Corbis

Un exemple « antique » *sur les nombres premiers*
(théorie des nombres, arithmétique)

*Un nombre est **premier** s'il est plus grand que 2 et s'il n'est divisible que par 1 et par lui-même. Tout autre nombre admet des diviseurs premiers.*

Exemples : 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17 sont premiers

4=2x2, 6=2x3, 9=3x3, 12=2x2x3, 15=3x5 ne sont pas premiers

Comment reconnaitre un nombre premier ?

6 700 417 ? le plus grand nombre premier découvert par Leonhard Euler en 1732…

489415464119070561799 ? = 199^9 pas premier… comme vous l'aviez deviné :-))

- Peut-on prédire le nombre premier suivant 6700417 ?
- Quel sera l'écart entre les deux?
- **Est-ce qu'on est sûr qu'il en existe un plus grand ? ou bien est-ce que la liste de nombres premiers s'arrête ? (nombre fini)**

Je le vois, c'est évident... Pourquoi le démontrer ?

- **Est-ce que la liste de nombres premiers s'arrête ? (nombre fini)**

Euclide, les Eléments, proposition 20 du livre IX :

« Les nombres premiers sont plus nombreux que n'importe quelle multitude de nombres premiers proposés. »

Autrement dit : *il existe une infinité de nombres premiers.*

Démonstration ?  **Très belle démonstration d'Euclide** (démonstration directe)

Repose sur la remarque que 2 nombres consécutifs ne peuvent pas avoir les mêmes diviseurs (les nombres divisibles par 2 sont espacés de 2, par 3 sont espacés de 3 etc).

On note $\{p_1, p_2, \ldots, p_m\}$ *la liste des m premiers nombres premiers.*

$N = p_1 \times p_2 \times \ldots \times p_m$

N+1 ne peut pas être divisible par ces nombres premiers là. Par conséquent il existe un nombre premier $p > p_m$ *. CQFD*

Je le vois, c'est évident… Pourquoi le démontrer ?


Copyright © Images.com/Corbis

- **Est-ce que la liste de nombres premiers s'arrête ? (nombre fini)**

Euclide, les Eléments, proposition 20 du livre IX :

« Les nombres premiers sont plus nombreux que n'importe quelle multitude de nombres premiers proposés. »

Autrement dit : *il existe une infinité de nombres premiers.*

Démonstration ?  **Très belle démonstration d'Euclide** (démonstration directe)

Repose sur la remarque que 2 nombres consécutifs ne peuvent pas avoir les mêmes diviseurs (les nombres divisibles par 2 sont espacés de 2, par 3 sont espacés de 3 etc).

On note $\{p_1, p_2, \ldots, p_m\}$ *la liste des m premiers nombres premiers.*

$N = p_1 \times p_2 \times \ldots \times p_m$

N+1 ne peut pas être divisible par ces nombres premiers là. Par conséquent il existe un nombre premier $p > p_m$ *. CQFD*

Le **plus grand nombre premier découvert aujourd'hui** : $2^{74\,207\,281}-1$, il comporte 22 338 618 chiffres ! et a été trouvé en janvier 2016 par le Great Internet Mersenne Prime Search (GIMPS).

- Répartition des nombres premiers ? écarts entre 2 nombres premiers consécutifs?

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25
26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47
48 49 50 51 52 53 54 55 56 57 58 59 60 61 62 63 64 65 66 67 68 69

1, 2, 2, 4, 2, 4, 2, 4, 6, 2, 6, 4, 2, 4, 6, 6, 2, 6, 4, 2, 6, 4, 6, 8, 4,
2, 2, 2, 4, 14, 4, 6, 8, 2, 10, 2, 6, 6, 4, 6, 6, 2, 10, 2, 4, 2, . . .

écart de 2 : jumeaux (ex : 3 et 5),
écart de 4 : cousins (ex : 7 et 11),
écart de 6 : sexy! (ex : 31 et 37).

La liste des nombres premiers jumeaux s'arrête-t-elle?


David Hilbert (1862-1943)

Hilbert : qu'est-ce qu'un **« bon problème »** ?
liste de 23 ***« problèmes de Hilbert »*** (1900)

problèmes de Hilbert numéro 8 : {Conjecture des nombres premiers jumeaux, conjecture de Goldbach, hypothèse de Riemann}, 3 conjectures **encore ouvertes!**

http://images.math.cnrs.fr/Des-jumeaux-dans-la-famille-des-nombres-premiers-I.html http://images.math.cnrs.fr/Les-problemes-de-Hilbert.html

- Répartition des nombres premiers ? écarts entre 2 nombres premiers consécutifs?

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25
26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47
48 49 50 51 52 53 54 55 56 57 58 59 60 61 62 63 64 65 66 67 68 69

1, 2, 2, 4, 2, 4, 2, 4, 6, 2, 6, 4, 2, 4, 6, 6, 2, 6, 4, 2, 6, 4, 6, 8, 4,
2, 2, 2, 4, 14, 4, 6, 8, 2, 10, 2, 6, 6, 4, 6, 6, 2, 10, 2, 4, 2, . . .

écart de 2 : jumeaux (ex : 3 et 5),
écart de 4 : cousins (ex : 7 et 11),
écart de 6 : sexy! (ex : 31 et 37).

La liste des nombres premiers jumeaux s'arrête-t-elle?

David Hilbert (1862-1943)

Hilbert : qu'est-ce qu'un **« bon problème »** ?
liste de 23 ***« problèmes de Hilbert »*** (1900)

problèmes de Hilbert numéro 8 : {Conjecture des nombres premiers jumeaux, conjecture de Goldbach, hypothèse de Riemann}, 3 conjectures **encore ouvertes!**

Yang Zhang (1955)

Théorème de Zhang, 2013 (conjecture faible des nombres premiers jumeaux) **:** ***il existe une infinité de couples de nombres premiers écartés au maximum de 70 millions !***

James Maynard (1987)

Forum de discussion **Polymaths.**

En 2014, James Maynard ramène cet écart à 246 !

http://images.math.cnrs.fr/Des-jumeaux-dans-la-famille-des-nombres-premiers-I.html

http://images.math.cnrs.fr/Les-problemes-de-Hilbert.html

- Répartition des nombres premiers ? écarts entre 2 nombres premiers consécutifs?

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25
26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47
48 49 50 51 52 53 54 55 56 57 58 59 60 61 62 63 64 65 66 67 68 69

1, 2, 2, 4, 2, 4, 2, 4, 6, 2, 6, 4, 2, 4, 6, 6, 2, 6, 4, 2, 6, 4, 6, 8, 4,
2, 2, 2, 4, 14, 4, 6, 8, 2, 10, 2, 6, 6, 4, 6, 6, 2, 10, 2, 4, 2, . . .

écart de 2 : jumeaux (ex : 3 et 5),
écart de 4 : cousins (ex : 7 et 11),
écart de 6 : sexy! (ex : 31 et 37).

La liste des nombres premiers jumeaux s'arrête-t-elle?

David Hilbert (1862-1943)

Hilbert : qu'est-ce qu'un **« bon problème »** ?
liste de 23 ***« problèmes de Hilbert »*** (1900)

problèmes de Hilbert numéro 8 : {Conjecture des nombres premiers jumeaux, conjecture de Goldbach, hypothèse de Riemann}, 3 conjectures **encore ouvertes!**

Yang Zhang (1955)

Théorème de Zhang, 2013 (conjecture faible des nombres premiers jumeaux) **:** ***il existe une infinité de couples de nombres premiers écartés au maximum de 70 millions !***

James Maynard (1987)

Forum de discussion **Polymaths.**

En 2014, James Maynard ramène cet écart à 246 !

- A quoi ça sert ?! Applications en **cryptographie**... (voir Film Codebreaker)

http://images.math.cnrs.fr/Des-jumeaux-dans-la-famille-des-nombres-premiers-I.html

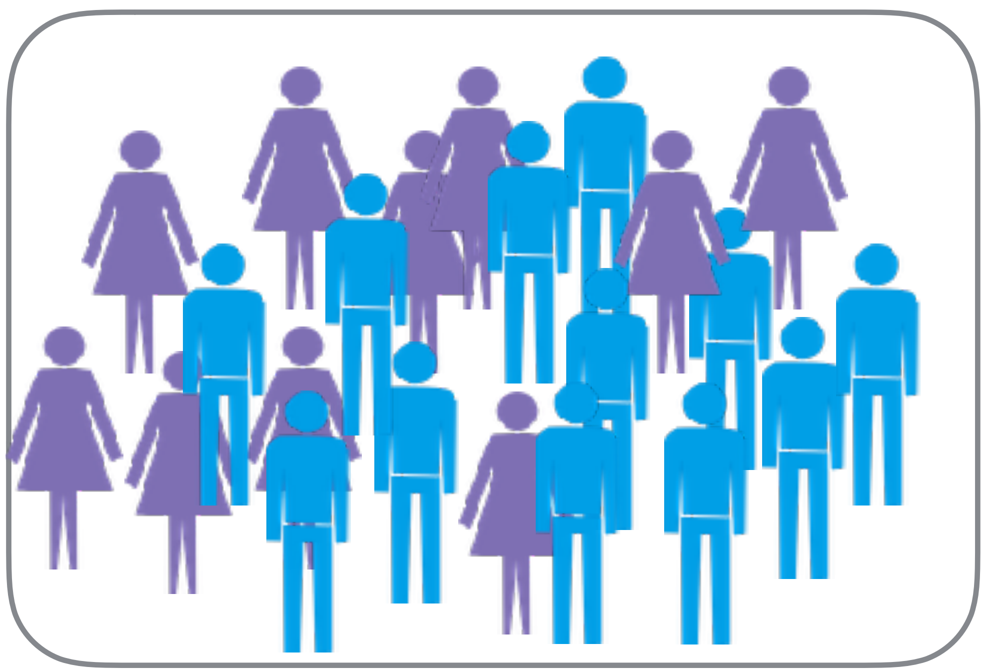
http://images.math.cnrs.fr/Les-problemes-de-Hilbert.html

« Je le vois mais je ne le crois pas », Georges Cantor (1877)

Georges Cantor
(1845-1918)

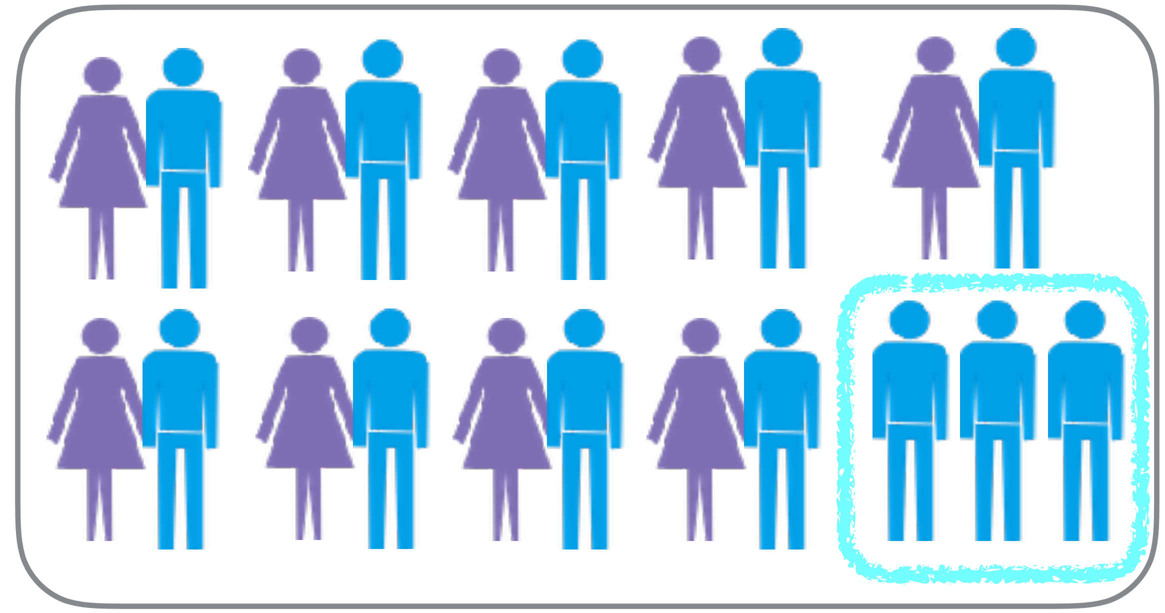
Théorie des ensembles, bijections…

L'ensemble classe



sous-ensembles : Filles, Garçons

Bijection entre les deux ensembles
Filles <====> Garçons ?



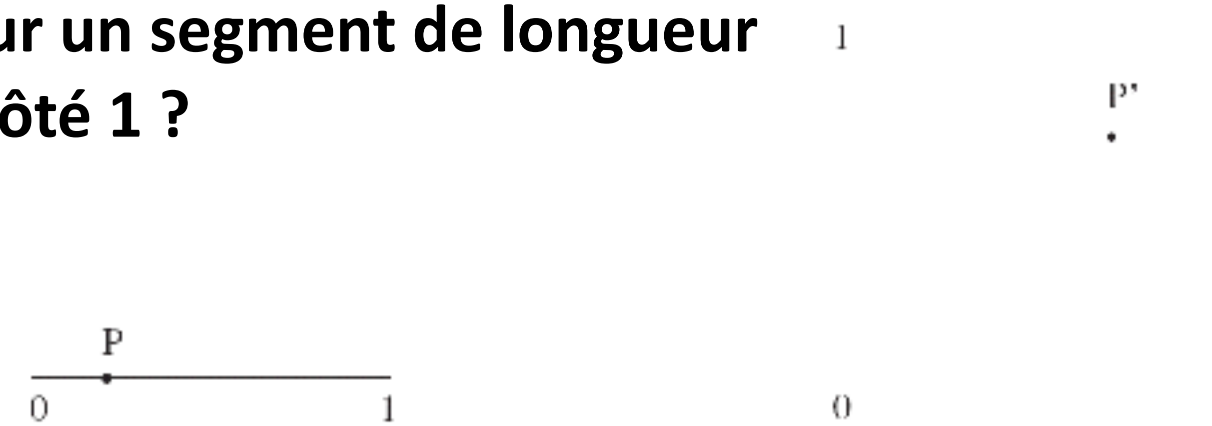
Bijection Filles <====> Garçons : NON

Bijection Filles <====> Garçons : OUI

« Je le vois mais je ne le crois pas », Georges Cantor (1877)

Georges Cantor
(1845-1918)

Y a-t'il plus de points sur un segment de longueur 1 ou dans un carré de côté 1 ?



Cantor démontre :

il y a exactement autant de points sur le segment que dans le carré !

et est effrayé de cette réponse **contraire à notre intuition**. Il doit finalement admettre ce qu'il ***voit*** (dans sa preuve) mais **ne peut pas *croire***… Il en existe une ***infinité*** dans les deux cas (la même infinité!)

Preuve : il établit une ***bijection*** entre les deux ensembles (infinis)…

De la même façon, Cantor démontre :

Il y a autant de nombres entiers pairs que de nombres entiers naturels !

Par contre :

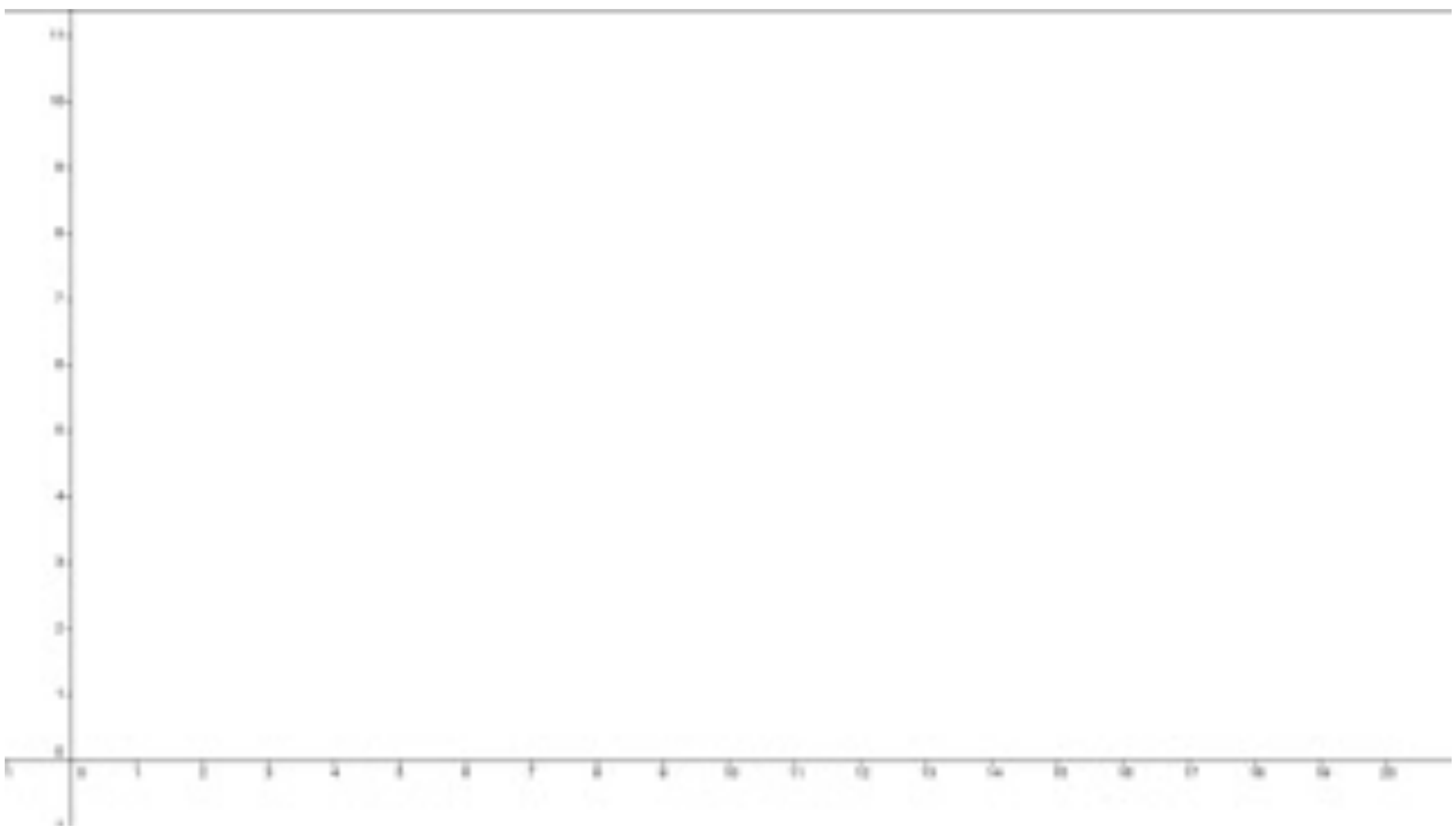
Les nombres réels sont « plus nombreux » que les nombres entiers naturels !

—> pas le même infini ! notion d'***infinité dénombrable*** (entiers) ou ***pas*** (réels)

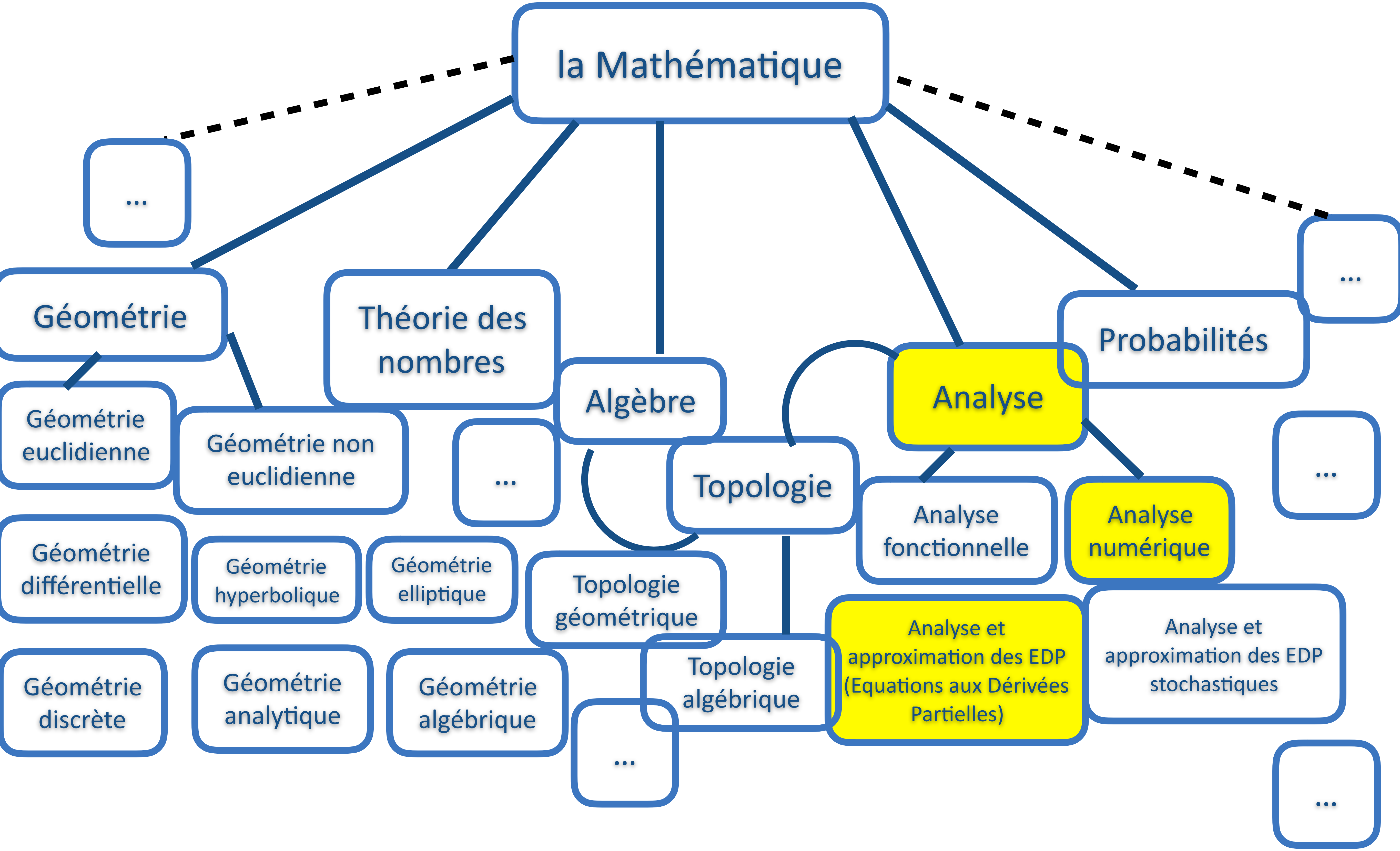
Georges Cantor
(1845-1918)

David Hilbert (1862-1943)

Le merveilleux hôtel de Hilbert



http://eljjdx.canalblog.com/archives/2015/02/08/31483455.html

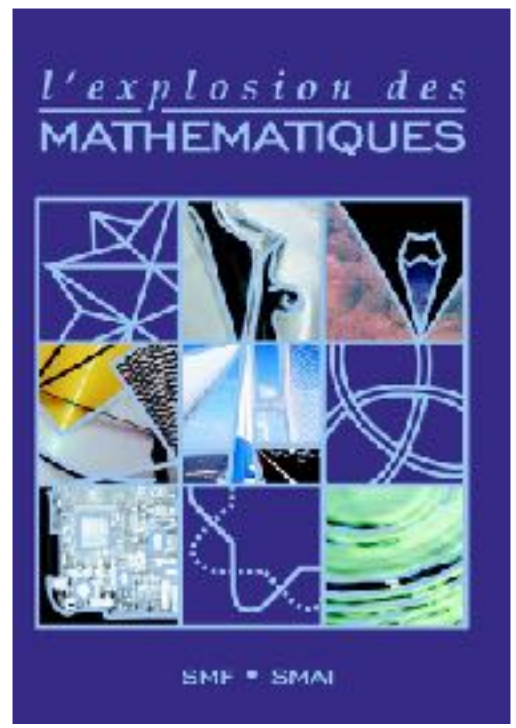


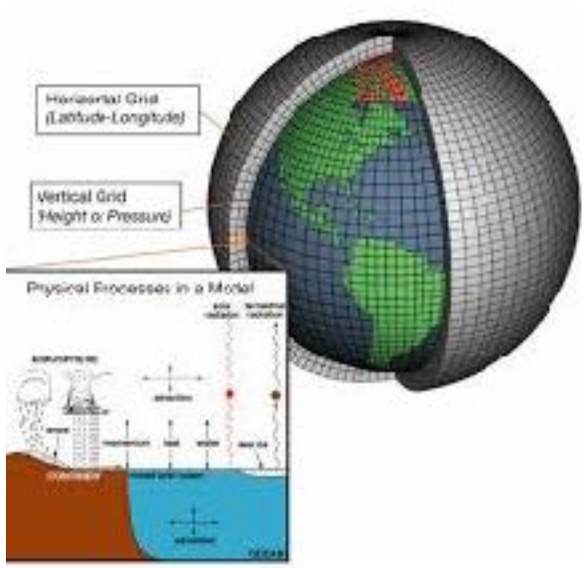
« je dirais que les mathématiques c'est la science des opérations habiles effectuées sur des concepts et des règles qui ont été inventés précisément à cette intention. » Wigner, déraisonnable efficacité des mathématiques

Les mathématiques depuis l'arrivée des ordinateurs…

ont ouvert de **nouveaux champs d'investigations de nouveaux domaines ou sous-domaines des mathématiques**… une multitude de voies de recherche...

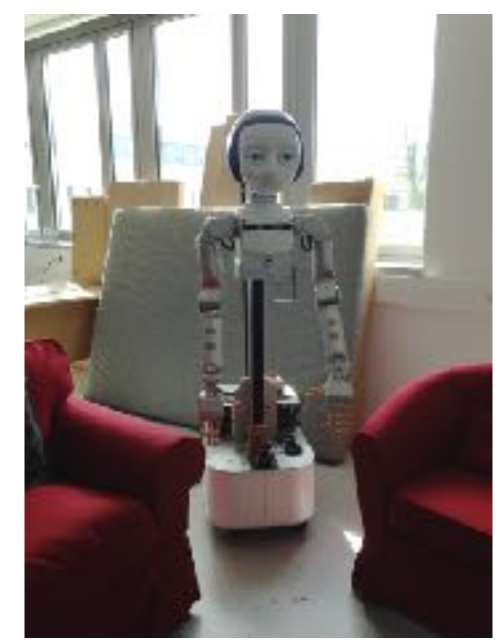
informatique, électronique, robotique, cryptographie, algorithmes, **analyse numérique et simulations numériques**, probabilités, Big Data, …





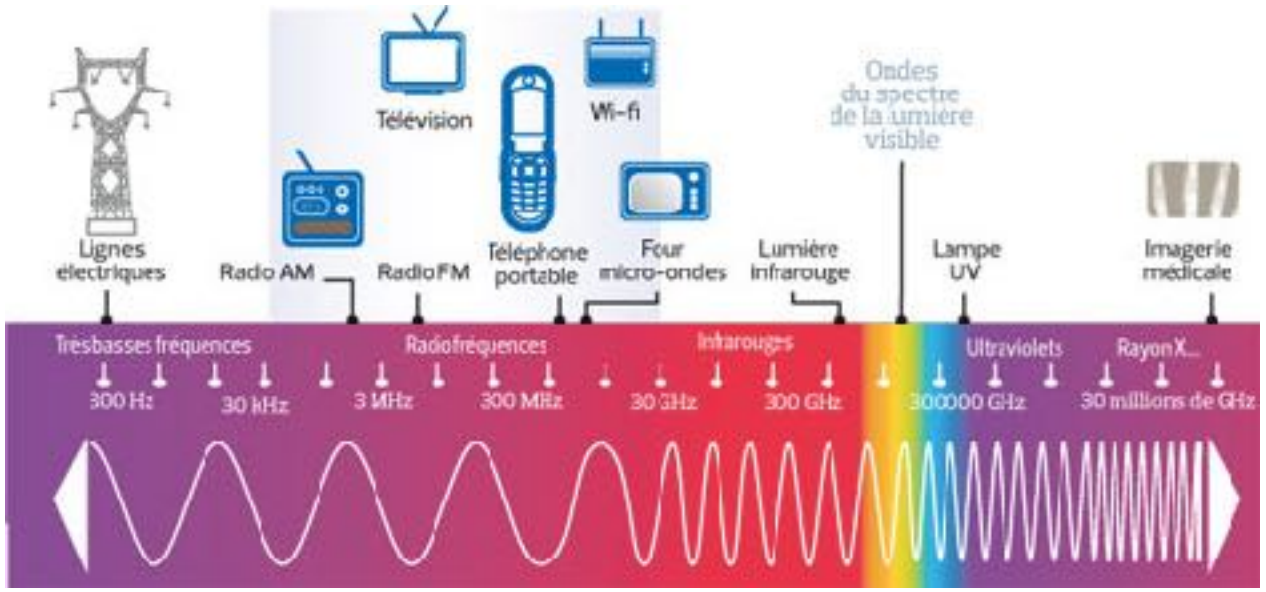
Société Mathématique de France
Société de Mathématiques Appliquées et Industrielles

Applications tout autour de nous : météo, climat, téléphones portables, cartes bancaires, internet, système électoral, ...

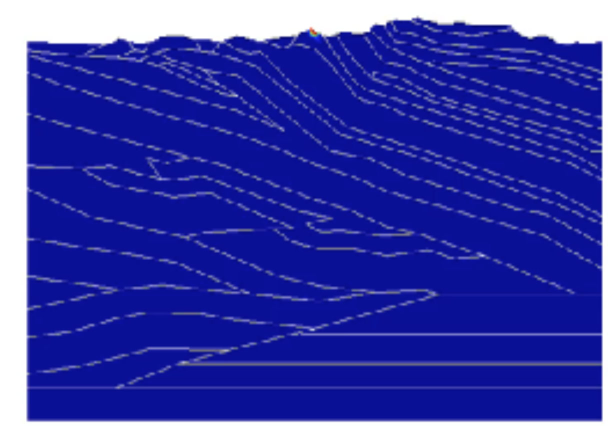


 http://smf.emath.fr/Publications/ExplosionDesMathematiques/

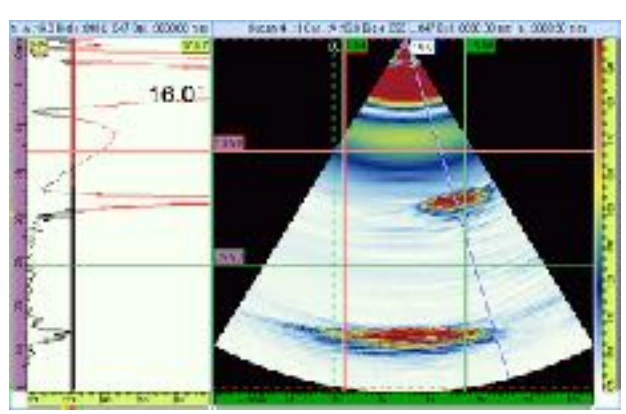
POEMS : Propagation des Ondes, Etude Mathématique et Simulation



Ondes électromagnétiques : lumière, radio, antennes, téléphones, micro-ondes, destruction de tumeurs…



Ondes élastiques : détection pétrolière, ondes sismiques (tremblements de terre)…



Ondes acoustiques : son (acoustique de salles, simulations d'instruments de musiques…), vagues, CND par ultrasons (detection de fissures, de tumeurs…), échographies, …

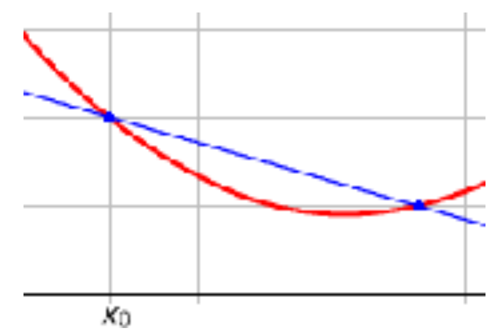
Et les maths dans tout ça ?

Phénomènes régis par des **équations** « du même type »…

… des EDP : **É**quations aux **Dérivées Partielles** 

Pour une fonction $f(x)$ on peut définir sa **dérivée** par rapport à x

$$f'(x_0) = \frac{df}{dx}(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$



Si la fonction dépend de deux variables x et t on peut définir ses **dérivées partielles** :

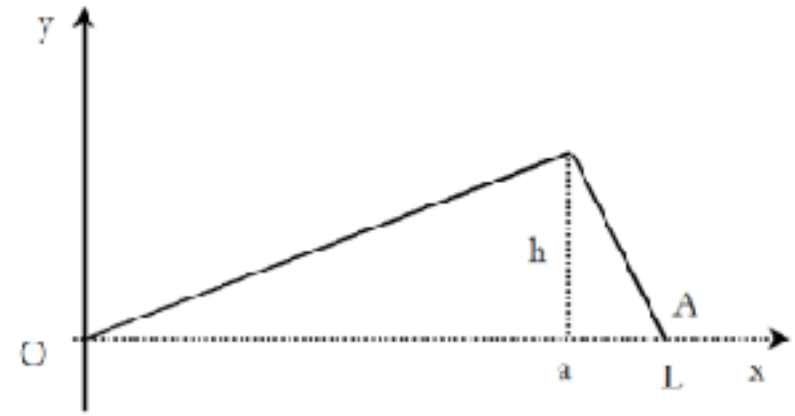
$$\frac{\partial f}{\partial x}(x, t) \text{ pour } t \text{ fixé} \quad \text{et} \quad \frac{\partial f}{\partial t}(x, t) \text{ pour } x \text{ fixé}$$

Exemple : $f(x,t) = x + t, \ \frac{\partial f}{\partial x}(x,t) = 1, \ \frac{\partial f}{\partial t}(x,t) = c$

Si t = temps, et f = position, la dérivée par rapport au temps = une vitesse.

Équation de corde vibrante ou équation de D'Alembert

Jean Le Rond D'Alembert(1717-1783)



$y(x,t)$, position d'un point x de la corde à l'instant t, vérifie une *équation d'ondes :*

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}(x,t) - c^2\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}(x,t) = 0 \ \text{ où } c^2 = T/\rho \text{ est liée aux caractéristiques de la corde}$$

Les extrémités de la corde sont fixées, on rajoute les *conditions aux limites*

$$y(0,t) = 0,\ \ y(L,t) = 0 \ \text{ à tout instant } t$$

Il faut aussi spécifier la façon dont on tire sur la corde *à l'instant initial* : par exemple, on se donne la forme initiale et on lâche la corde sans impulsion (sans vitesse initiale)

$$y(x,0) = \alpha(x) \text{ et } \frac{\partial y}{\partial t}(x,0) = 0 \ \text{ pour tout point } x$$

Équation de corde vibrante ou équation de D'Alembert

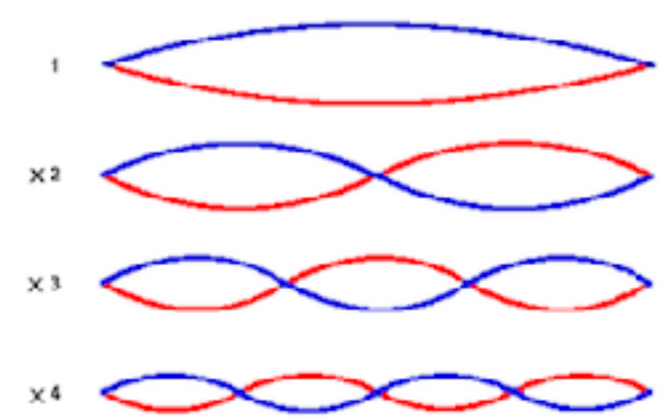
On peut montrer (*théorie spectrale*) que ce problème admet une *solution analytique* : décomposition sur les *modes propres* (solutions particulières périodiques) de vibration de la corde (harmoniques qui correspondent à différentes fréquences donc à différentes notes)

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}(x,t) - c^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}(x,t) = 0$$

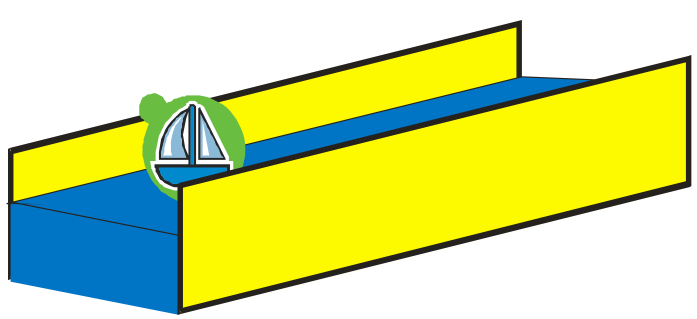
$$y(0,t) = 0,\ \ y(L,t) = 0 \ \text{ à tout instant } t$$

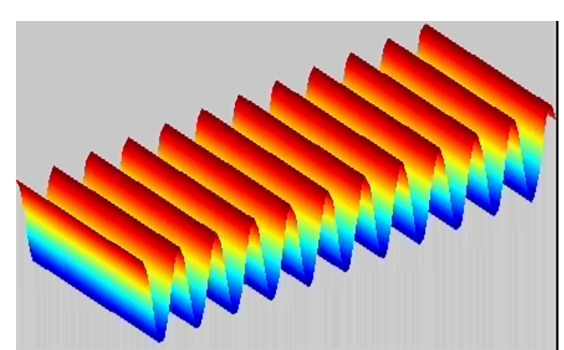
$$y(x,0) = \alpha(x) \text{ et } \frac{\partial y}{\partial t}(x,0) = 0 \ \text{ pour tout point } x$$

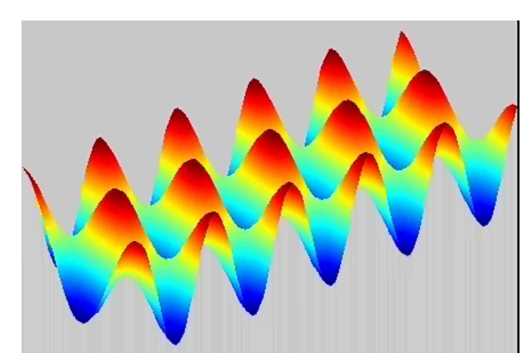
$$y(x,t) = \sum_n A_n \cos(\frac{n\pi}{L}ct) \sin(\frac{n\pi}{L}x)$$



L'analyse des modes (ou *théorie spectrale*) représente un domaine de recherche important qui pose des questions mathématiques non triviales pour des problèmes plus complexes que celui de la corde… *Exemple* : modes générés par la houle dans un canal. Que se passe-t'il si la forme du canal est déformée par endroits ? ou si la houle rencontre des obstacles (rochers…) ?



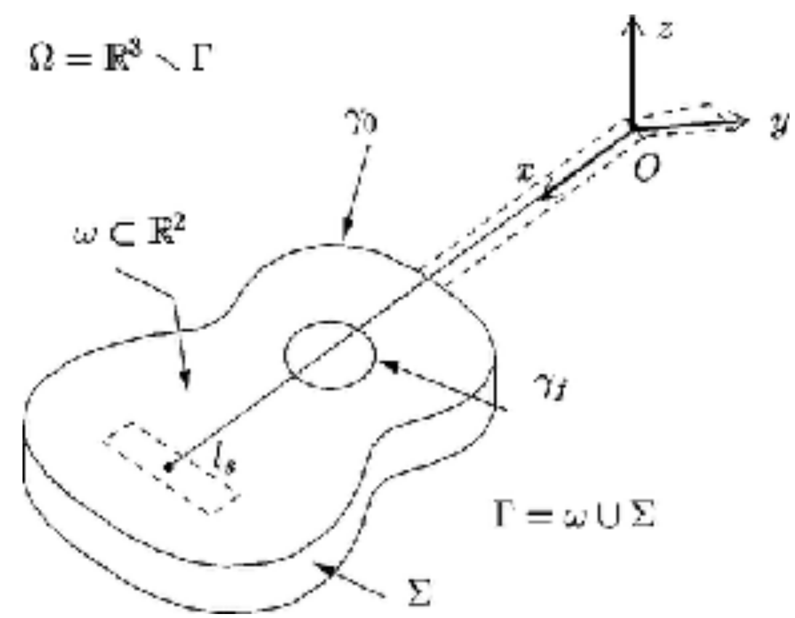


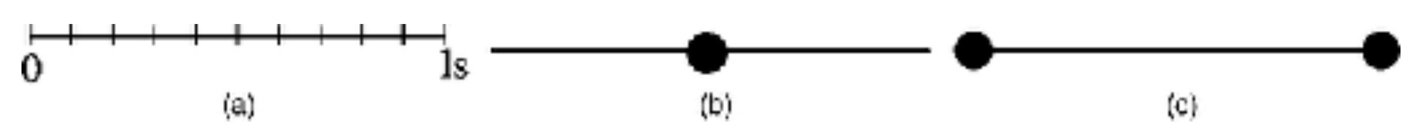


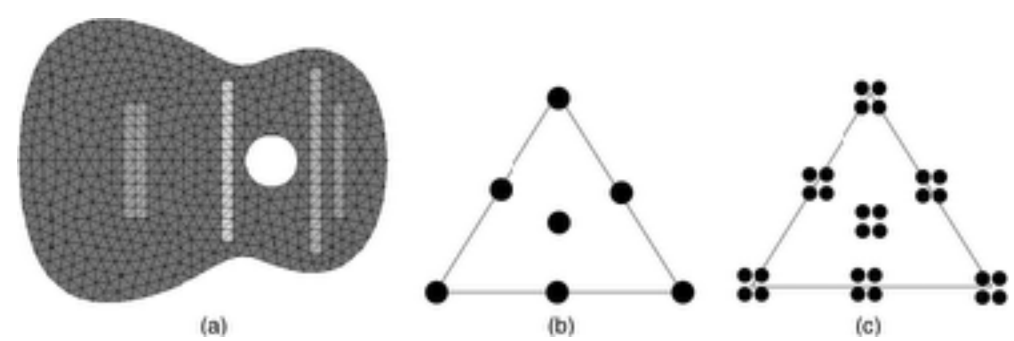
La résolution et la simulation numérique

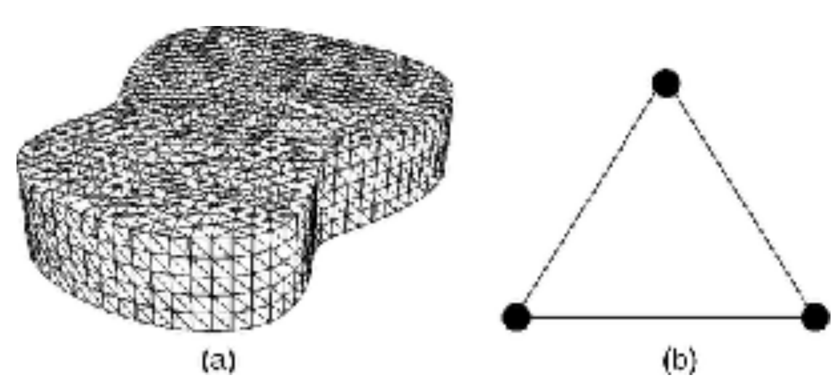
Pour certains problèmes trop complexes, il n'est pas possible d'obtenir une solution explicite. On doit alors développer des méthodes pour *approcher* la solution par une *solution numérique* : on peut alors faire une *simulation numérique*.

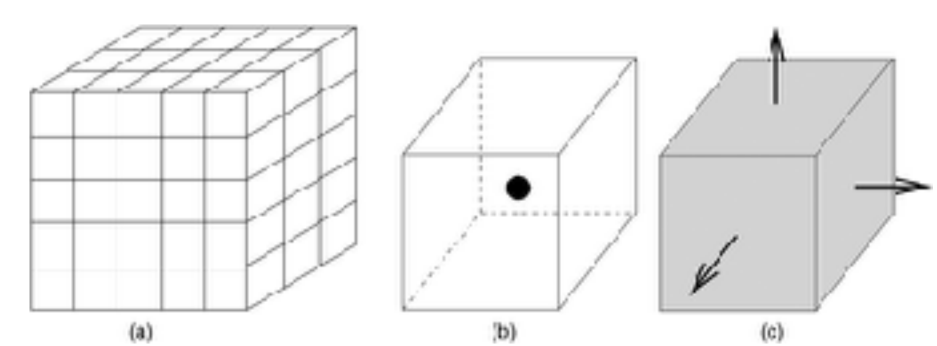
Illustration : **modélisation de la guitare** (Thèse de G. Derveaux)





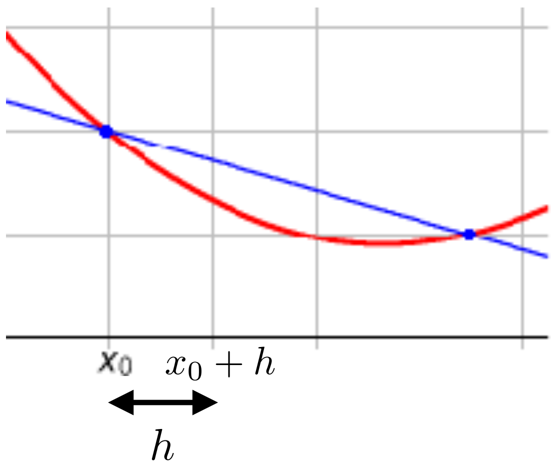






Comment approcher la solution ?

$$\frac{\partial y}{\partial x}(x_0,t_0) = \lim_{h\to 0}\frac{y(x_0+h,t_0)-y(x_0,t_0)}{h}$$
$$\approx \frac{y(x_0+h,t_0)-y(x_0,t_0)}{h}$$



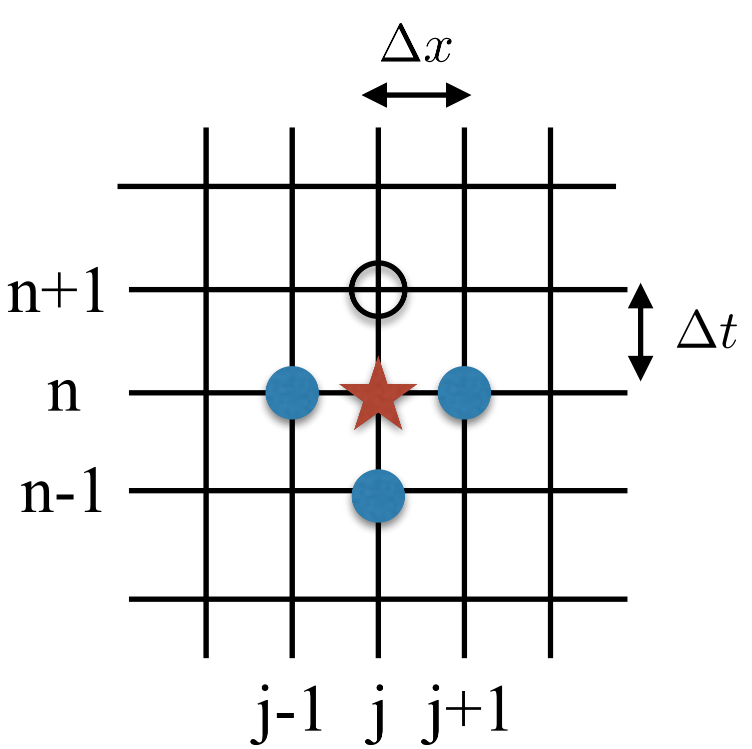
- Principe de base de la méthode dite de *différences finies*

Modèle continu
$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}(x,t) - c^2\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}(x,t) = 0$$

Modèle discret : schéma *saute-mouton*

$$\frac{Y_j^{n+1}-2Y_j^n+Y_j^{n-1}}{\Delta t^2} - \frac{Y_{j+1}^n-2Y_j^n+Y_{j-1}^n}{\Delta x^2} = 0$$

$$Y_j^n \approx y(x_j,t^n),\ \text{avec } x_j = j\Delta x,\ \ t^n = n\Delta t$$



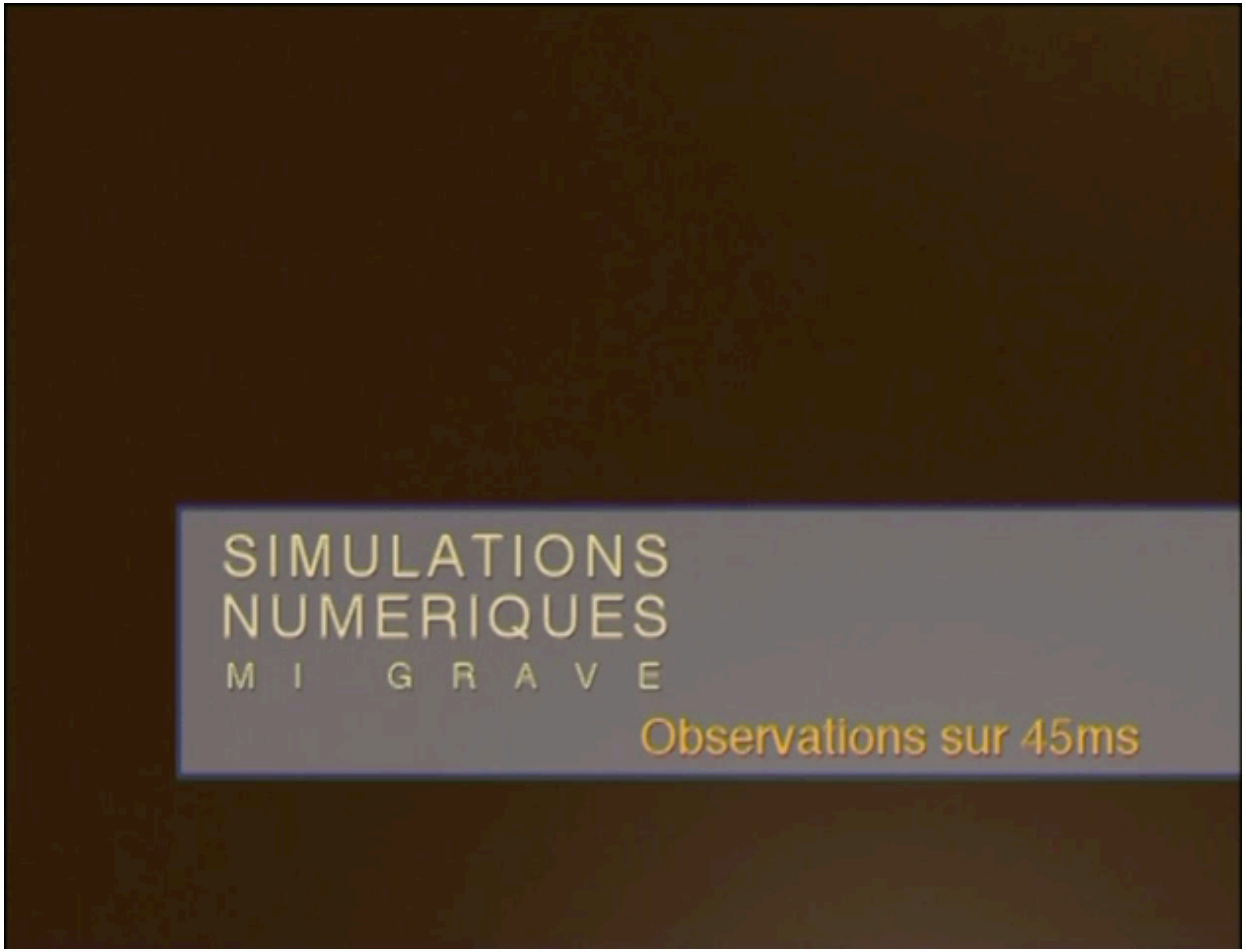
La corde de guitare
(https://videotheque.inria.fr/videotheque/media/33513)

La corde de guitare

(https://videotheque.inria.fr/videotheque/media/33513)

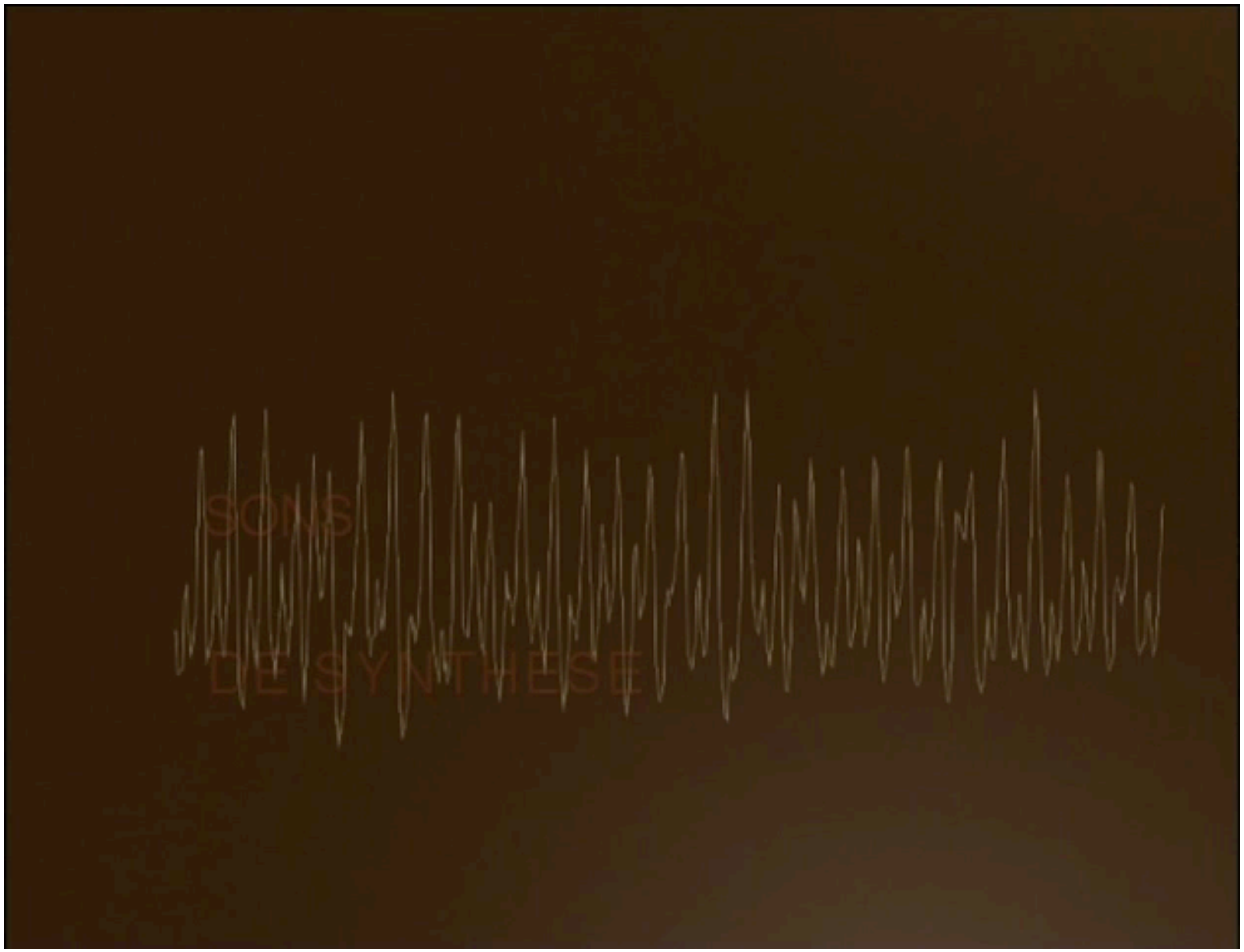
La corde de guitare

(https://videotheque.inria.fr/videotheque/media/33513)



La corde de guitare

(https://videotheque.inria.fr/videotheque/media/33513)




Thank You

Quelques références

Accromath http://accromath.uqam.ca/

Animath http://www.animath.fr/

Images des mathématiques http://images.math.cnrs.fr/

Bibm@th http://bibmath.net/

Kafemath http://kafemath.fr/

interstices https://interstices.info/

http://smai.emath.fr/

http://smf.emath.fr/

Brèves de maths http://www.breves-de-maths.fr/

http://therese.eveilleau.pagesperso-orange.fr/pages/hist_mat/textes/femmes.htm

Etude de lettres, Hypatie d'Alexandrie entre réalité historique et récupérations idéologiques https://edl.revues.org/390

« Je le vois, mais je ne le crois pas... ». Preuves et vérités dans les sciences formelles, Revue européenne des Sciences Sociales, 2003, https://ress.revues.org/407

http://www.maths-et-tiques.fr/

Et bien sur Wikipedia!…