

ENSTA ParisTech

MA201

TP numéro 2: Maximum de
vraisemblance et estimation par moindres
carrés

Année académique 2018-2019

**1 Utilisation du ML pour l'estimation du
paramètre d'une loi uniforme**

On considère une réalisation X_1, \dots, X_n de n variables aléatoires iid de loi uniforme dans $[0, \theta]$. On cherche à estimer le paramètre θ

1. Exprimer $\hat{\theta}$, l'estimateur ML de θ

2. Calculer la fonction de répartition de $\hat{\theta}$

3. Calculer le biais de cet estimateur, commenter.

4. En déduire un estimateur sans biais qu'on appellera Y

5. Calculer la variance de l'estimateur Y

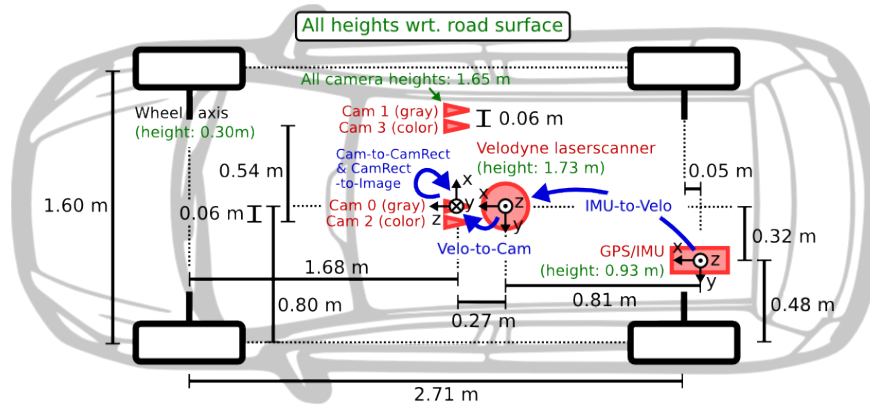
6. Comparer cette variance à la borne de Cramer Rao. Expliquer (sans calcul) pourquoi cela n'est pas conforme aux résultats attendus.

2 Détection d'une route avec méthode des moindres carrés

La base de données KITTI (<http://www.cvlibs.net/datasets/kitti/>) a été créée en 2012 en faisant évoluer dans la ville de karlsruhe un véhicule équipé de capteurs GPS, optiques, et un laser. Cette base de données est un excellent outil d'expérimentation pour développer des méthodes sur des données réelles pour le véhicule autonome et les ADAS (Advanced Driver Assistant System). Cette base de données comporte un ensemble d'images issues de caméras montées sur le véhicule ainsi que d'un laser (appelé LIDAR) qui fournit un ensemble de points en trois dimensions.

Une des tâches importante attendue d'un ADAS est de parvenir à détecter la route. Nous allons essayer de réaliser cette tâche à partir du nuage de points fourni par le laser en faisant l'hypothèse que la route correspond au plan minimisant le critère des moindres carrés dans le nuage de points du LIDAR. On appelle (x_i, y_i, z_i) les coordonnées des N points fournis par le LIDAR (voir figure ci-dessous)

Nous avons conservé pour ce TP quatre images dans cette base, avec les points LIDAR et le fichier de calibration de la caméra correspondants. Attention: le fichier de calibration dépend de l'image!



On cherche à estimer les paramètres a_0, a_1, a_2 du plan:

$$a_0x + a_1y + z + a_2 = 0$$

1. Ecrire le critère des moindres carrés à minimiser pour estimer le plan

2. Ecrire l'équation matricielle fournissant les paramètres du plan en fonction des valeurs x_i, y_i, z_i et N en minimisant les moindres carrés.

3. En utilisant le squelette de programme Python fourni, charger les données et estimer la position de la route pour l'image 1 et les points LIDAR correspondants.

Analyser vos résultats.

4. Proposer une heuristique permettant d'améliorer le résultat. Cette heuristique se basera sur un pré-filtrage grossier des points à prendre en compte pour le calcul du plan.

5. Quelles sont selon vous les limites de l'approche utilisée dans cette expérimentation pour déterminer la position de la route ? Proposer des pistes d'amélioration.
6. Question bonus: Tester les résultats sur les autres images (n'oubliez pas de changer le fichier de calibration).