

Calcul des coefficients d'une table de Butcher par optimisation sous contraintes

Stage Master 2, 2018–2019

Thème: Programmation par contraintes, Analyse intervalle, optimisation continue, Méthode de Runge-Kutta.

Laboratoire: U2IS, ENSTA ParisTech

Adresse: 828 boulevard des maréchaux 91762 Palaiseau Cedex

Encadrants: Julien Alexandre dit Sandretto Alexandre Chapoutot
julien.alexandre-dit-sandretto@ensta-paristech.fr
alexandre.chapoutot@ensta-paristech.fr

Durée: 6 mois

Rémunération: suivant la législation en vigueur (environ 550 euros).

Contexte. Les systèmes dynamiques, c'est-à-dire évoluant dans le temps, sont généralement représentés par des équations différentielles ordinaires. Afin d'étudier l'évolution d'un tel système dans le temps ou de valider sa modélisation, par exemple, ce type de système est simulé numériquement (avec des outils comme Simulink, Modelica, etc).

Depuis plusieurs années, nous travaillons sur un outil de simulation garantie, c'est-à-dire dont le résultat est sûr numériquement (en considérant l'erreur commise par le schéma d'intégration, l'erreur due au calcul flottant, et les incertitudes sur les paramètres et les états initiaux du système). Notre approche consiste à utiliser des méthodes de Runge-Kutta. Elles ont en effet de bonnes propriétés pour approcher les solutions d'équations différentielles. Nous pouvons ensuite encadrer le résultat obtenu par ces méthodes afin de prendre en compte les incertitudes citées précédemment.

Dernièrement, nous sommes parvenu à généraliser notre approche pour tout type de méthodes de Runge-Kutta (explicites, implicites, diagonalement implicites, etc). Dans un souci de performances (précision et rapidité des calculs), nous souhaitons définir de nouvelles méthodes de Runge-Kutta d'ordre plus élevé que l'existant tout en apportant de nouvelles propriétés. La définition de telles méthodes passe par la résolution de problèmes complexes pour obtenir les coefficients nécessaires (tables de Butcher), abordée de manière formelle dans les méthodes classiques (RK4, Lobatto,

Radau, etc) ou par approximation (bissection, Newton) dans les méthodes plus complexes (sdirk45). Dans notre souci de garantie de nos méthodes, l'utilisation de coefficients approchés n'est évidemment pas une solution. La piste privilégiée pour obtenir un calcul numériquement sûr de ces coefficients est le calcul par intervalle, et entre autres la méthode d'optimisation sous contraintes afin de trouver le meilleur jeu de coefficients.

Travail à réaliser. L'objectif du stage consiste à :

- identifier les méthodes de Runge-Kutta non définies de manière formelle et ayant de bonnes propriétés pour une simulation garantie (travail préliminaire);
- améliorer un algorithme de résolution garantie d'un problème d'optimisation sous contraintes (au moyen de l'analyse par intervalles) pour obtenir les coefficients de ces méthodes.

La méthode exploitant ces coefficients (table de Butcher) sera ensuite implémentée dans notre outil de simulation et testée afin d'en vérifier ses bonnes propriétés. Une optimisation de certains calculs sera alors peut être nécessaire en fonction de la complexité de la méthode choisie.

Profil et candidature. Le/la candidat(e) devra avoir de solides bases en mathématiques (calcul numérique), savoir programmer en C++, faire preuve de motivation et d'autonomie.

Le candidat devra soumettre par courrier électronique les documents suivants:

- une lettre de motivation;
- un curriculum vitæ;
- une copie des diplômes et des relevés de notes de licence et master.

References

- [1] J. Alexandre dit Sandretto. Runge-Kutta Theory and Constraint Programming. *Reliable Computing electronic edition*, 25:178–201, Aug. 2017.
- [2] O. Bouissou, A. Chapoutot, and A. Djoudi. Enclosing temporal evolution of dynamical systems using numerical methods. In *NFM*. Springer, 2013.
- [3] E. Hairer, S. Norsett, and G. Wanner. *Solving Ordinary Differential Equations I: Nonstiff Problems*, volume 8 of *Computational Mathematics*. Springer-Verlag, 2nd edition, 1993.
- [4] L. Jaulin, M. Kieffer, O. Didrit, and E. Walter. *Applied Interval Analysis*. Springer, 2001.