

Sujet de thèse : Modèles non-locaux pour des problèmes d'interface entre matériaux diélectriques et méta-matériaux en électromagnétisme

Le but de cette thèse est le développement de méthodes pour résoudre des problèmes d'électromagnétisme dans des configurations incluant des matériaux classiques (diélectriques) et des métamatériaux. L'association de diélectriques et de métamatériaux donne lieu à des applications très intéressantes en physique, telles que les guides d'ondes plasmoniques, les lentilles parfaites, les pièges à photons, les cavités infra longueur d'onde, etc.. L'idée est ici de les modéliser et de les étudier d'un point de vue mathématique.

Plus particulièrement, ce type de configurations implique la présence d'une interface entre les matériaux. À cette interface, la permittivité et/ou la perméabilité magnétique changent de signe. À cause du changement de signe du coefficient dans le modèle, on perd les propriétés de coercivité usuelles dans la formulation variationnelle correspondante. La méthode de T-coercivité a été développée pour résoudre ce problème [1]. Néanmoins, lorsque l'interface possède des coins et/ou des arêtes, et selon les valeurs prises par les coefficients de part et d'autre de l'interface, le problème peut être mal posé. Si on considère un problème à inconnue scalaire (pour une des composantes du champ électromagnétique), cela signifie qu'on ne peut pas toujours trouver des solutions d' "énergie finie", où l'énergie est mesurée selon la norme H^1 classique. Une voie pour recouvrer le caractère bien posé consiste à choisir, dans la formulation variationnelle, des espace fonctionnels plus grands que l'espace H^1 , et incluant des solutions "très singulières" [3]. Numériquement, cette approche fait apparaître de nouveaux défis, qui ont partiellement traités dans des travaux récents [4].

Dans le cadre de cette thèse on souhaite étudier une nouvelle approche qui consiste en la reformulation du problème d'interface dans un cadre non-local. En bref, remplacer les opérateurs différentiels par des opérateurs homologues non-locaux [5]. Les premiers résultats sont très encourageants. Dans [6] une preuve numérique suggérant que la discrétisation du problème d'interface non-local converge dans des configurations où la formulation variationnelle classique est mal posée est proposée. Voir la Figure 1 ci-dessous pour un résultat non-local qui est stable numériquement alors que la contrepartie classique est mal posée, avec un métamatériau carré situé en bas à droite, et un diélectrique dans le reste du domaine.

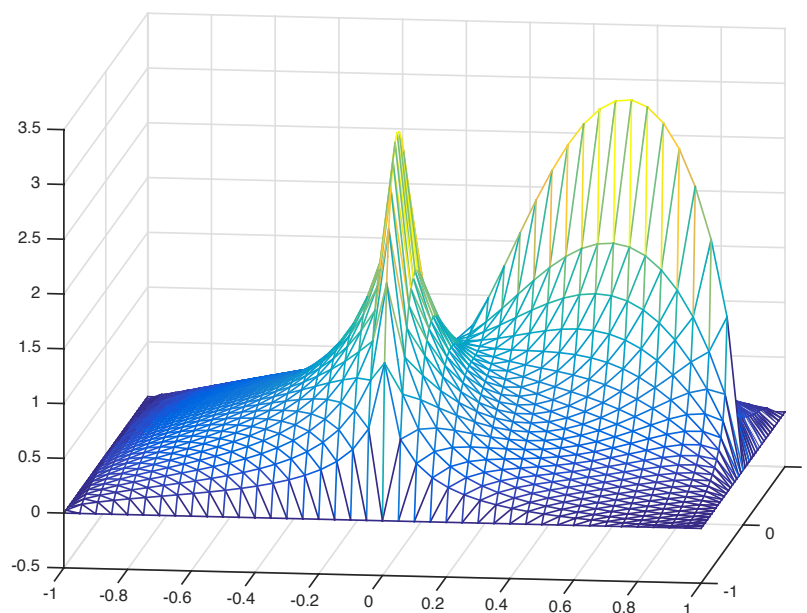


Fig. 1

Bibliographie

- [1] A.-S. Bonnet-Ben Dhia, P. Ciarlet Jr., C.M. Zwölf, Time harmonic wave diffraction problems in materials with sign-shifting coefficients, *J. Comput. Appl. Math.*, 234, pp. 1912–1919, Corrigendum p. 2616 (2010).
- [2] A.-S. Bonnet-Ben Dhia, L. Chesnel, P. Ciarlet Jr., T-coercivity for scalar interface problems between dielectrics and metamaterials, *Math. Mod. Num. Anal.*, 46, pp. 1363–1387 (2012).
- [3] A.-S. Bonnet-Ben Dhia, L. Chesnel, X. Claeys, Radiation condition for a non-smooth interface between a dielectric and a metamaterial,

Math. Model. Meth. App. Sci., 23, pp. 1629–1662 (2013).

[4] A.-S. Bonnet-Ben Dhia, C. Carvalho, L. Chesnel, P. Ciarlet, Jr.,
On the use of Perfectly Matched Layers at corners for scattering problems with sign-changing coefficients.
J. Comput. Phys., 322, pp. 224-247 (2016).

[5] Q. Du, M. Gunzburger, R.B. Lehoucq, K. Zhou, A Nonlocal Vector Calculus,
nonlocal volume-constrained problems, and nonlocal balance laws,
Math. Model. Meth. App. Sci., 23, pp. 493-540 (2013).

[6] J.P. Borthagaray, P. Ciarlet Jr.,
Nonlocal models for interface problems between dielectrics and metals or metamaterials,
Proceedings of the International Congress Metamaterials Marseille, Aug. 2017

Profil du candidat

M2 en mathématiques ou mathématiques appliquées. Bases solides en analyse fonctionnelle ; goût pour la modélisation mathématique ; connaissances élémentaires en programmation.

Directeur de thèse

Patrick Ciarlet
ENSTA ParisTech
Laboratoire POEMS
Palaiseau, FRANCE
courriel : patrick.ciarlet@ensta-paristech.fr