

Idiophones à plaques et coques.

Deuxième partie, non-linéarité forte : cymbales, tam-tams et plaque tonnerre

Cyril Touzé, Enseignant-chercheur, Unité de Mécanique (UME), ENSTA-ParisTech, Palaiseau
Olivier Thomas, Enseignant-chercheur, Laboratoire de Mécanique des Structures et Systèmes Couplés (LMSSC), CNAM, Paris

Dans cet article nous nous intéressons aux idiophones à plaques et coques dont le comportement est fortement non linéaire. Nous traiterons du cas des cymbales, des gongs – et plus particulièrement des tam-tams – ainsi que de la plaque tonnerre. Ces instruments sont distingués des précédents, dits « à faible non-linéarité », car la physique vibratoire mise en jeu est radicalement différente, beaucoup plus complexe et très fortement non linéaire. Au niveau perceptif, cette distinction est immédiatement notable à l'oreille car les instruments que nous considérons dans cet article n'ont pas de hauteur définie. Leur son caractéristique est décrit comme très brillant : le contenu fréquentiel est tellement riche qu'on ne peut leur attribuer une hauteur précise, on observe plutôt un continuum de fréquences.

1 Cymbales, Tam-tams et plaques tonnerre

Dans la culture occidentale, les cymbales sont utilisées principalement dans l'orchestre symphonique, où elles sont dénommées cymbales françaises, viennoises et germaniques, par ordre croissant d'épaisseur. Dans le jazz et la musique pop, elles sont l'élément brillant de base de la batterie, constituée au minimum d'un charleston (2 cymbales montées horizontalement l'une sur l'autre et actionnées au pied, servant à marquer le rythme) et d'un jeu plus ou moins complet de cymbales posées sur pied, dénommées par des onomatopées mimant le son qu'elles produisent : crash (diamètre de 30 à 50 cm, son très riche pour marquer les accents), ride (diamètre de 45 à 55 cm, pour marquer le rythme), splash (diamètre de 15 à 30 cm, petite crash au son explosif et plus bref), et chinoise (diamètre de 25 à 55 cm et possédant un bord incurvé vers l'extérieur, son soutenu et puissant

s'éteignant au bout de plusieurs secondes).

La géométrie des cymbales est circulaire, et possède en général un dôme central protubérant appelé « cloche ». Celle-ci est particulièrement marquée dans le cas de la ride. L'épaisseur est variable, le centre étant plus épais que le bord. Selon les cymbales, les épaisseurs au bord sont généralement inférieures au millimètre. L'épaisseur plus importante au centre ainsi que la protubérance permet d'avoir, lorsqu'on les frappe à cet endroit, une hauteur tonale distincte, ce qui est surtout utilisé pour la cymbale ride qui sert à marquer le rythme par des frappes régulières sur sa cloche. La très fine épaisseur au bord permet quant à elle d'obtenir rapidement des sons riches et saturés, ce qui est surtout recherché pour les crashes et les splashes. Toutes les cymbales sont percées en leur centre, ce qui sert à les fixer sur des pieds.

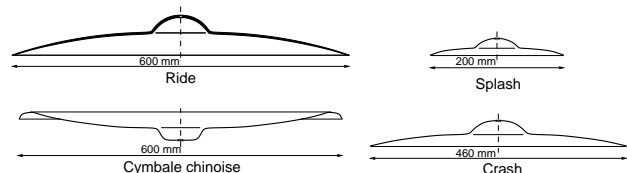


FIGURE 1 – Profils des cymbales typiques : ride, crash, splash et chinoise.

Bien que gardée secrète par les fabricants, la composition des métaux utilisés est du bronze composé soit de 80% de cuivre et 20% d'étain, soit de 92% de cuivre et 8% d'étain, avec bien souvent des ajouts (traces) de métaux plus rares tels que l'argent. Au niveau de la fabrication, on distingue les cymbales non moulées des cymbales moulées. Les non moulées sont fabriquées à partir d'un disque de bronze mis en forme puis martelé ; elles constituent le bas de gamme des fabricants. Les moulées sont embouties en presse à chaud puis refroidies rapidement, procédé

qui est répété plusieurs fois. Ensuite le martelage est effectué, soit automatiquement soit manuellement avec un marteau pneumatique, enfin le tournage et le polissage déterminent l'aspect final de l'instrument [16].

Les gongs que nous retenons dans cet article sont en fait appelés tam-tams. En effet, alors que les gongs sont généralement épais et possèdent une hauteur tonale distincte (entrant donc dans la catégorie des idiophones faiblement non linéaires), les tam-tams n'ont pas de hauteur précise mais sont caractérisés, comme les cymbales, par un son d'une extrême richesse fréquentielle et d'une puissance suggestive. Ils sont utilisés dans l'orchestre symphonique, leurs diamètres pouvant varier de 40 cm jusqu'à 1 mètre 50. La surface centrale (de frappe) est aplatie, tandis que les bords sont recourbés (cf. figure 4), ce qui empêche de les attaquer par la tranche comme les cymbales. De fait, alors que les maxima de vibrations pour une cymbale sont situés au bord, la condition aux limites donnée par cette collerette très rigidifiante des tam-tams s'approche plus d'un bord encastéré, si bien que les maxima de vibration ont plutôt lieu dans la région centrale. Au niveau de la fabrication, les tam-tams subissent une succession de chauffage et de trempe. On distingue aussi, selon les fabricants, une partie fortement martelée et une partie tournée sur le disque central. De par sa taille imposante, la profondeur et la richesse du son qu'il produit, il est utilisé pour marquer les tensions dramatiques. Comme les cymbales, les tam-tams sont fabriqués en bronze.

Enfin, le dernier instrument retenu dans cet article est la plaque tonnerre (ou lame à tonnerre). Il s'agit d'un grande plaque métallique de 1 mètre par 2 mètres et d'une épaisseur inférieure au millimètre (de l'ordre de 0.5 mm). La plaque tonnerre était utilisée autrefois dans les théâtres ; secouée violemment elle produit un son dense et chatoyant qui mime le son du tonnerre. Elle est encore utilisée pour produire cet effet très spécifique dans des représentations fantasmagoriques ou des orchestres symphoniques.

2 Mode de jeu usuel

Les cymbales sont mises en vibration soit en les frappant l'une contre l'autre, soit en utilisant une baguette de bois. D'un point de vue physique, il s'agit à chaque fois d'une excitation impulsionnelle, l'instrument vibrant ensuite seul jusqu'à extinction du son, on parle de vibrations libres. Lors d'un contact avec une baguette, les deux matériaux (bronze et bois) sont

rigides et l'interaction est très brève, si bien que le contenu fréquentiel envoyé à la cymbale lors de l'impact est riche. Les tam-tams sont quant à eux mis en vibration à l'aide d'une mailloche, dont l'extrémité est recouverte de feutre. Dans ce cas, le matériau de l'excitateur est mou, si bien que le temps d'interaction est plus long et le contenu fréquentiel plus limité en hautes fréquences que dans le cas de la cymbale frappée par une baguette.

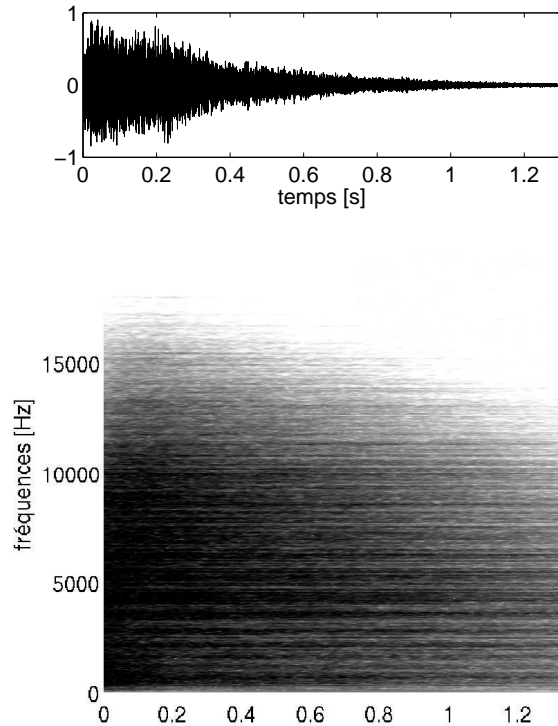


FIGURE 2 – Vibrations libres d'une cymbale splash frappée par une baguette. Signal temporel (en unité arbitraire, en haut), et spectrogramme.

Les figures 2 et 3 permettent de comprendre un peu plus quantitativement les différences engendrées par ces deux excitateurs. Pour le cas de la cymbale, fig. 2, l'impression auditive est d'une très grande richesse spectrale dès l'attaque par la baguette, ce qui est confirmé par le spectrogramme. Le contenu fréquentiel de l'excitation contient déjà beaucoup de hautes fréquences, le spectrogramme, aux toutes premières millisecondes, contient en effet de l'énergie jusque 15 kHz. Lors de la vibration libre, toute cette énergie est ensuite dissipée et le spectre évolue doucement, les hautes fréquences étant amorties plus vite que les basses fréquences. Le spectrogramme confirme les affirmations introductives : on ne remarque

pas de fréquences particulières qui ressortent, mais bien plutôt un continuum de fréquences équiréparties entre 0 et 15 kHz.

Dans le cas du tam-tam, l'impression auditive lors des tout premiers instants est complètement différente : on entend clairement un enrichissement spectral qui donne la sensation d'une explosion par ajout de fréquences, jusqu'à saturation. L'analyse du signal confirme ces impressions. Sur la figure 3 (haut) représentant le signal temporel de pression enregistré à un mètre du tam-tam, on observe nettement que le maximum de l'amplitude du signal est atteint au bout d'une demi-seconde, alors que dans le cas de la cymbale le maximum est atteint au moment de l'attaque¹. A cette augmentation d'amplitude est associé un enrichissement spectral très net sur le spectrogramme. Aux toutes premières millisecondes, on observe de l'énergie uniquement sur la bande [0, 2000] Hz, ce qui correspond à peu près à la bande fréquentielle transmise par l'excitateur. Puis, pendant un peu plus d'une demi-seconde, on voit très clairement de plus en plus de fréquences venir s'ajouter aux premières, avec de l'énergie qui est transmise jusqu'à 4500 Hz. Pendant cette demi-seconde, le son s'enrichit, ce qui donne cette impression auditive si particulière au tam-tam. Cet enrichissement est proportionnel à l'intensité de la frappe. Pour des frappes très douces, les vibrations resteront de petite amplitude et le spectre ne sera pas modifié. Par contre, plus l'amplitude de frappe sera grande, plus la fréquence maximale atteinte sera élevée, et plus le son sera riche.

La plaque tonnerre est mise en vibration soit par une mailloche, si bien que ce cas diffère peu du cas du tam-tam, soit elle est secouée vigoureusement. Dans ce dernier cas, l'excitation est très basse fréquence puisque l'on peut dire en première approximation qu'une personne secouant une telle plaque va bouger ses bras à une fréquence de quelques Hz. Malgré cela, le son arrive, de la même manière que dans le cas du tam-tam, à engendrer énormément de hautes fréquences. De nouveau, plus l'opérateur secouera fortement la plaque et plus il créera de hautes fréquences.

Si l'on essaye de résumer les considérations rela-

1. Une observation attentive pour la cymbale montre que le maximum est atteint au bout d'une vingtaine de millisecondes. De même, un très léger enrichissement spectral sur les premières millisecondes est observable, avec une fréquence maximale du spectre passant d'environ 13 kHz à 15kHz. Cependant, comparé au cas du tam-tam, cet enrichissement est bref et peu marqué fréquentiellement, et à peine audible.

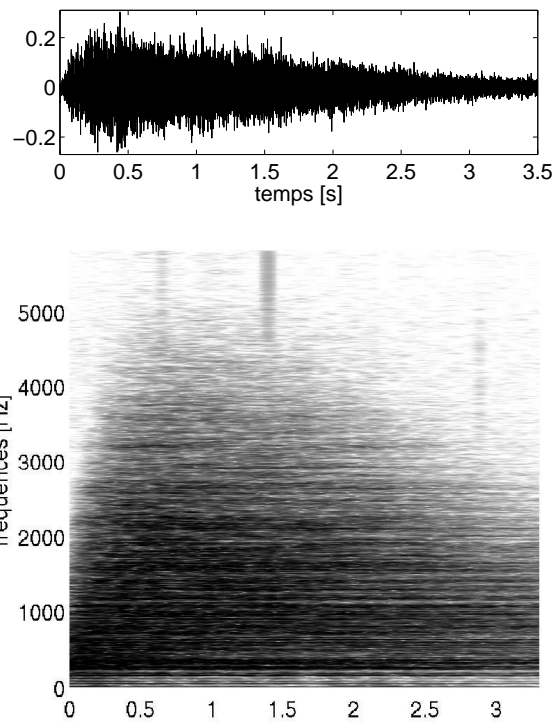


FIGURE 3 – Vibrations libres d'un tam-tam frappée par une mailloche. Signal temporel (en unité arbitraire, en haut), et spectrogramme.

tives au mode de jeu de ces instruments, le point caractéristique pour le cas des tam-tams et de la plaque tonnerre est l'enrichissement spectral observé. Ce dernier n'est pas immédiat, ce qui montre que le système physique est dans un état vibratoire qui favorise la création de ces hautes fréquences ; mais que ceci se fait sur une échelle de temps donnée. Ce phénomène est typiquement non linéaire. En effet, une des caractéristiques d'un système linéaire est de répondre aux fréquences auxquelles il a été excité. La création de nouvelles fréquences ne peut être que le fait de la non-linéarité, qui ici provient du rapport entre l'amplitude de vibration et l'épaisseur. Ainsi plus les amplitudes de vibrations seront grandes, plus la non-linéarité s'exprimera, ce qui est cohérent avec les réponses différentes observées pour les tam-tams. Pour les cymbales, il n'est pas rare d'observer au bord des amplitudes de l'ordre du centimètre pour une épaisseur d'un millimètre.

Le cas de la cymbale frappée vigoureusement par une baguette ne montre quasiment pas cet enrichissement spectral typique. Cela est lié au fait que l'excitation contient déjà tellement de hautes fréquences que

le système n'en crée que peu de nouvelles. Par contre, on peut aisément se convaincre que la vibration est très fortement non linéaire, d'une part par l'amplitude des vibrations au bord, d'autre part parce que le spectre est beaucoup plus riche que la somme des raies spectrales correspondant aux modes de la structure.

Afin de mieux comprendre la physique mise en jeu pour expliquer ce transfert d'énergie vers les hautes fréquences, nous allons nous intéresser à une expérience plus contrôlée et plus aisément reproductible. L'idée, en nous éloignant du mode de jeu usuel, est de mettre au jour les mécanismes physiques principaux de cette vibration fortement non linéaire.

3 Expérience contrôlée

Au lieu d'exciter la cymbale ou le tam-tam par une force impulsionnelle puis laisser le système vibrer en régime d'oscillations libres, regardons ce qu'il advient lorsque celui-ci est excité de manière continue, en régime de vibration forcée, par une force monofréquentielle d'amplitude croissante. Alors qu'en mode de jeu usuel, lors de la frappe excitatrice, on communique toute une bande de fréquences à la cymbale, l'idée est ici de n'envoyer qu'une seule fréquence à l'instrument et de regarder comment il réagit. Si l'amplitude de cette force imposée est très petite, alors les vibrations seront aussi très petites. On est alors en régime linéaire et la cymbale vibre à la fréquence imposée. Par contre, lorsque l'on va augmenter l'amplitude de la force graduellement, l'amplitude de la réponse va augmenter, jusqu'à dépasser l'épaisseur. Ainsi, augmentant continuellement l'amplitude du forçage, on va passer petit à petit du régime de vibrations linéaires au régime fortement non linéaire. Ce faisant on contrôle beaucoup mieux les transitions et les différents régimes de vibrations possibles, ce qui au final nous permettra de mieux comprendre ce qui se passe lorsque l'on frappe vigoureusement une cymbale ou un tam-tam.

Une photographie d'un tam-tam lors d'une telle expérience est montré figure 4. Dans ce cas-là, l'excitation est réalisée par un système bobine-aimant. Un petit aimant est collé à la structure, une bobine disposée autour de lui. En contrôlant le courant imposé à la bobine, on assure une force externe sans contact de la nature souhaitée. Une autre solution consiste à utiliser un *pot vibrant*, dispositif classique en études de vibrations expérimentales, qui impose une force

via un contact mécanique. Ce genre de dispositif a été utilisé plus particulièrement pour les cymbales en fixant le pot vibrant dans le trou central. La mesure vibratoire est ensuite réalisée soit à l'aide d'un vibromètre laser (à droite de la photo), qui mesure la vitesse en un point, soit par un accéléromètre, que l'on colle sur la structure et qui mesure l'accélération à ce point.



FIGURE 4 – Photographie du montage expérimental, ou comment les physiciens jouent du tam-tam ! Au centre du tam-tam, le dispositif d'excitation constitué d'une bobine et d'un aimant.

La figure 5 montre le résultat d'une telle expérience, menée sur un tam-tam de 60 centimètres de diamètre, excité en son centre par une force ponctuelle, monofréquentielle, d'amplitude croissante [1,2,3]. La figure du haut montre l'enveloppe du forçage imposé : son amplitude va croissante puis finit par saturer. En dessous, la réponse temporelle (la vibration), mesurée en un point par un accéléromètre, est montrée. Enfin, le spectrogramme du signal d'accélération dévoile le contenu fréquentiel de la vibration au cours de l'expérience. La fréquence imposée est de 556 Hz, elle correspond à une fréquence propre de la structure, plus précisément à celle du mode comportant 3 cercles nodaux de vibration et aucun diamètre. Comme expliqué dans l'article précédent, les modes propres d'une structure plane circulaire (que cela soit une plaque ou un tam-tam) sont classifiés par le nombre de diamètres et de cercles nodaux qu'ils comportent. Un mode est donc numéroté par un doublet d'entiers, (k, n) , où k est le nombre de diamètres nodaux et n le nombre de cercles nodaux. Ici le mode excité du gong est donc le mode axisymétrique $(0,3)$.

L'examen de la réponse et en particulier du spec-

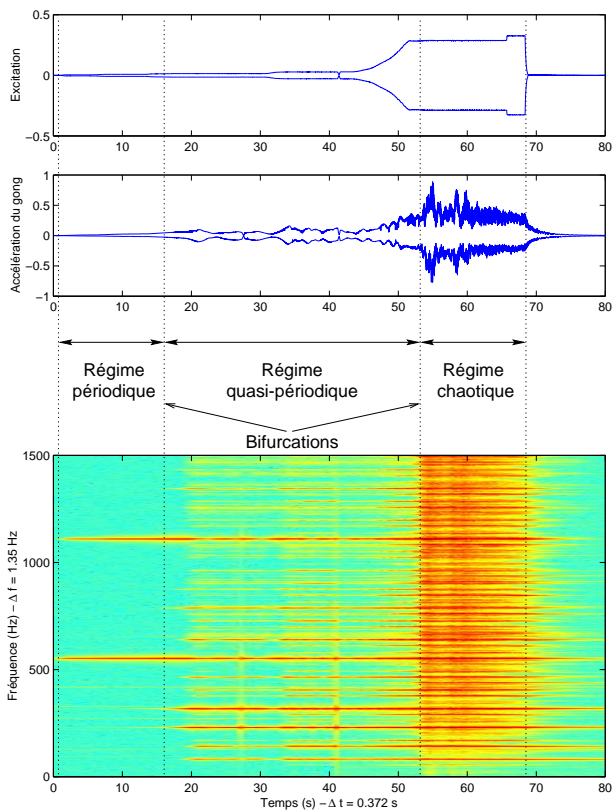


FIGURE 5 – Vibrations forcées d’un tam-tam, excité par une force sinusoïdale de fréquence 556 Hz et d’intensité croissante. haut : signal temporel de la force au cours du temps de l’expérience. Milieu : réponse du tam-tam : accélération mesurée en un point. Bas : spectrogramme de l’accélération.

rogramme montre clairement 3 régimes de vibration distincts. Le premier correspond au régime faiblement non linéaire. L’amplitude de la force et de la réponse étant très petite, le régime vibratoire est quasi-linéaire. Plus précisément, on remarque qu’il est précisément déjà faiblement non-linéaire, puisque dans la réponse fréquentielle au cours des 15 premières secondes de l’expérience, on observe non seulement la fréquence imposée par la forçage, 556 Hz, mais aussi son harmonique à 1112 Hz. Le troisième harmonique à 1668 Hz est aussi présent dans la réponse mais non représenté car l’échelle fréquentielle retenue s’arrête à 1500 Hz. Même si l’on est déjà en régime faiblement non linéaire (présence de distorsion harmonique, cf. article précédent), la réponse reste périodique, et la vibration s’organise autour du mode propre directement excité. Une analyse spatiale de la vibration montre en effet que seul le mode excité est

présent dans la réponse –on parle alors de vibration unimodale– mais à une amplitude telle qu’il vibre déjà en non linéaire et crée des harmoniques. Autour de la 17^{ème} seconde, la nature du régime vibratoire se modifie brusquement, comme en atteste la trace temporelle du signal d’accélération ainsi que le spectrogramme. En physique, on dit qu’une *bifurcation* a eu lieu : pour un petit changement du paramètre de contrôle de l’expérience (ici l’amplitude de la force imposée), un changement de nature de la réponse est observé. Une bifurcation va de pair avec une *instabilité*, c’est un phénomène typiquement non linéaire. En d’autres termes, le régime vibratoire périodique observé jusque là n’est plus, pour cette amplitude critique du forçage, une solution stable du système, mais une solution instable. La réponse du système va donc être de devoir trouver la nouvelle solution stable existante pour cette amplitude. Celle-ci se caractérise par l’apparition de nombreux sous-harmoniques dans la réponse qui, au niveau fréquentiel, s’enrichit et se complexifie.

En observant finement le spectre vibratoire de ce second régime, nous constatons qu’il est composé d’un nombre donné de pics fréquentiels bien distincts les uns des autres. Ce régime est appelé quasi-périodique car les rapports entre les fréquences du spectre ne sont plus entiers. Il en résulte un son modulé, riche, mais qui toutefois ne ressemble toujours pas au son du tam-tam en mode de jeu usuel. Les sous-harmoniques apparus à la bifurcation peuvent de plus être groupés deux à deux, et ils vérifient des relations dites de résonance interne :

$$f_i + f_j = F_{exc},$$

où (f_i, f_j) sont deux fréquences du spectre, et $F_{exc}=556$ Hz la fréquence d’excitation.

La figure 6 montre le contenu fréquentiel de la vibration à deux instants différents du régime quasipériodique : à son activation, puis quelques secondes plus tard lorsqu’il est bien établi. Sur le premier spectre, trois pics principaux émergent. Tout d’abord le pic fréquentiel de l’excitation, à 556 Hz. Cette fréquence a été choisie proche de la fréquence propre du mode (0,3), qui est représenté schématiquement sur la figure, au-dessus du pic. Deux autres pics principaux sont clairement visibles, respectivement à 235 et 321 Hz. Comme annoncé, on vérifie bien $235 + 321 = 556$ Hz = F_{exc} . De plus, il est remarquable de constater, en croisant ces résultats avec ceux d’une analyse modale préalablement effectuée, que chacune des

fréquences (f_i, f_j) qui sont apparues correspondent à des modes propres du tam-tam. Ainsi, on peut identifier les deux pics comme les contributions des modes (2,1) et (3,1), ces deux derniers étant représentés schématiquement sur la figure. Lorsque le régime quasipériodique est bien établi, 4 autres pics principaux émergent, respectivement aux fréquences 87, 147, 409 et 469 Hz. Une fois de plus, ces fréquences sont regroupables deux à deux, et correspondent à des modes propres de la structure, représentés sur la figure (respectivement les modes (0,1), (1,1), (4,1) et (5,0)).

Ainsi l'explication du mécanisme physique est la suivante. Avant la bifurcation, le mode de fréquence propre 556 Hz était excitée et participait seul à la vibration. Pour une amplitude de forçage donné, la solution où seul ce mode excité vibre est devenue instable. La solution stable qui en émerge correspond à une solution multi-modale, où l'énergie a été échangée entre plusieurs modes propres de la structure. La règle de sélection pour cet échange d'énergie est donné par la relation fréquentielle $f_i + f_j = F_{exc}$. Dès que deux modes présentent cette relation, dite de *résonance interne*, alors ils vont pouvoir participer à la vibration et de l'énergie va leur être échangée. On est donc passé d'une situation simple, faiblement non linéaire, à une réponse beaucoup plus complexe où l'énergie est partagée entre 7 modes [1,2,3].

Enfin, continuant à augmenter l'amplitude du forçage, une seconde bifurcation apparaît. Au niveau de l'effet auditif produit lors de cette expérience, il est extrêmement frappant de constater la proximité, en termes de timbre et de richesse spectrale, entre le son produit par le tam-tam en régime de vibration forcé après cette seconde bifurcation, et le son produit en mode de jeu usuel. Tout indique que l'on est arrivé au même état vibratoire par un chemin différent. En observant le contenu fréquentiel de la vibration après cette seconde bifurcation, on constate son extrême richesse puisque le spectre ne peut plus être qualifié de spectre de raies bien distinctes, mais il possède un continuum de fréquences, comme en régime libre. Ce régime est qualifié de chaotique en référence au chaos temporel que l'on trouve en théorie des systèmes dynamiques, et qui décrit des réponses aperiodiques et comportant un spectre de Fourier à bande large, ce qui est exactement ce qui est observé ici.

Avant d'entrer plus en détail dans la description physique de ce dernier régime, qui caractérise l'état vibratoire des instruments de percussion fortement non linéaires, résumons les idées principales que cette

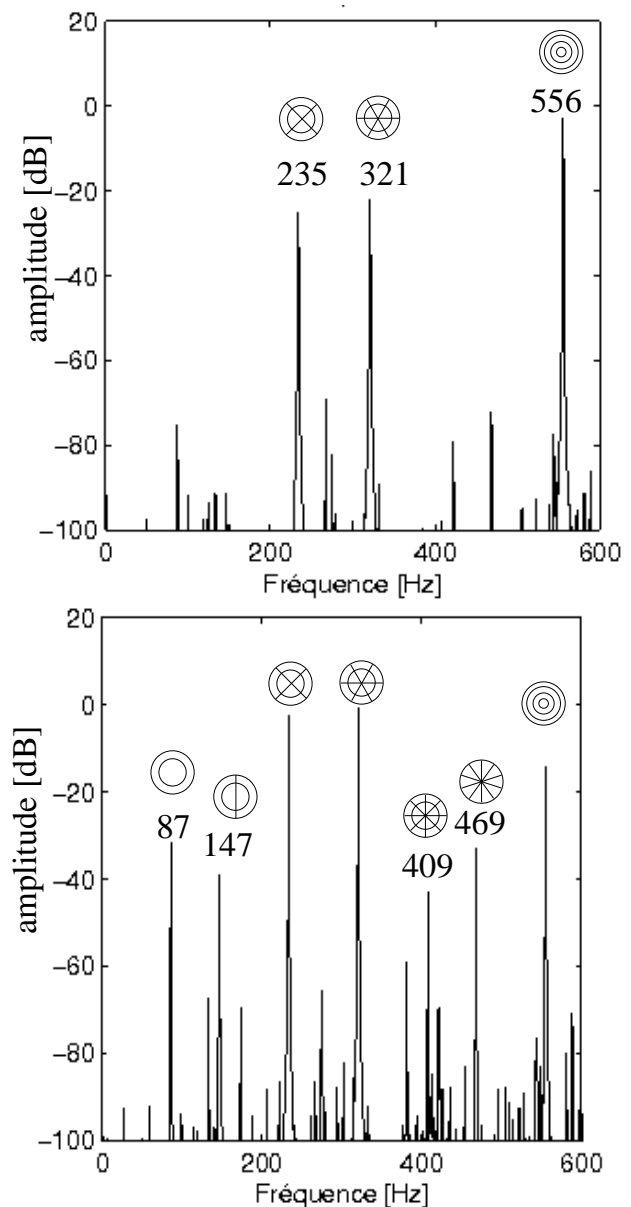


FIGURE 6 – Contenu fréquentiel du régime quasipériodique pour un tam-tam excité par une force sinusoïdale à 556 Hz, au temps $t=18$ secondes de l'expérience montré figure 5 (haut), et $t=40$ secondes (bas) ; correspondant respectivement à l'activation et au régime établi. Les fréquences principales sont indiquées en Hz ainsi que le schéma de la déformée modale correspondant à la fréquence identifiée.

expérience contrôlée ont mises en évidence. Tout d'abord il convient de préciser que ce type d'expérience est typique en physique afin de dévoiler les mécanismes de transition que l'on observe dans les systèmes non linéaires, car ceux-ci répondent à des lois

universelles que l'on peut mettre ainsi en évidence expérimentalement. L'expérience montrée ici sur un tam-tam a été reproduite au laboratoire sur de très nombreux instruments : cymbales de divers types, tam-tams, plaques planes, coques de courbure et d'épaisseur contrôlée, plaques tonnerre. Le schéma de transition expliqué dans cet article a été systématiquement observé, si bien qu'on le considère comme générique aux plaques et coques minces. Augmentant l'amplitude des vibrations graduellement, des phénomènes typiquement non linéaires ont été observés : bifurcations, instabilités, couplages de modes, vibrations chaotiques. Après la première bifurcation, nous avons montré l'importance du concept de *résonance interne*, qui permet de cibler les modes entre lesquels de l'énergie va pouvoir être échangée afin de complexifier le régime. Pour les cymbales, on peut en déduire, en particulier, qu'un instrument montrera plus facilement un son chatoyant avec un spectre riche si les transitions vers les régimes fortement non linéaires sont favorisées, et donc si l'instrument présente un nombre important de résonances internes. Cependant un autre facteur est à prendre en compte pour faciliter les échanges : la densité modale. Plus le système aura de modes par bandes de fréquences et plus il augmentera aussi ses chances d'avoir des résonances internes.

Nous allons désormais procéder à la description du dernier régime vibratoire. Ce que l'on cherche en particulier à comprendre, c'est le phénomène qui permet d'engendrer un spectre de plus en plus riche, avec de plus en plus de hautes fréquences, lorsque l'on augmente l'intensité de la frappe (ou l'intensité du forçage sinusoïdale imposé en vibrations forcées). La clé de la solution va nous être fournie en faisant un détour par un problème classique mais difficile de dynamique des fluides : la turbulence.

4 Turbulence dans une plaque

Les mouvements désordonnés des fluides en écoulements turbulents, que l'on peut observer dans les cascades, les rivières et beaucoup d'autres situations, ont toujours fasciné par leurs côtés désordonnés, brusques et imprédictibles. On peut remonter à Léonard de Vinci (1452-1519) pour trouver des esquisses de travaux d'analyse des écoulements turbulents, comme le montre la figure 7 (haut) représentant l'un de ses croquis, montrant un écoulement se jeter dans un bassin de plus grande dimension. Ce qui frappe le regard est

la très grande variété des échelles spatiales mises en jeu dans cet écoulement. Au grand tourbillon principal représenté à la périphérie du bassin, succède un nombre incroyable de tourbillons de plus en plus petits dont la complexité est la nature même de la turbulence. Le cliché montré figure 7 (bas), réalisé à l'Unité de Mécanique de l'ENSTA-ParisTech, montre un sillage turbulent dans un écoulement derrière un cylindre fixe. Là encore, on peut observer de grandes structures tourbillonnaires ainsi que de nombreuses autres de plus petites tailles.



FIGURE 7 – Haut : dessin de Leonard de Vinci représentant les mouvements turbulents tridimensionnels d'une conduite d'eau débouchant dans un bassin. Bas : photographie d'un sillage turbulent derrière un obstacle cylindrique (cliché réalisé par Olivier Cadot à l'UME de l'ENSTA-ParisTech).

En dynamique des fluides, c'est en augmentant la vitesse du fluide que l'on observe des transitions de régimes d'écoulements simples, que l'on appelle laminaires, où les lignes de courant restent parallèles

entre elles et épousent la géométrie du contenant, aux régimes turbulents, caractérisés par cette profusion de structures de tailles différentes et le côté apparemment aléatoire de l'écoulement. Plus précisément, c'est le rapport entre la vitesse et la viscosité du fluide, donnant un nombre sans dimension appelé *nombre de Reynolds*², qui gouverne les transitions. Osborne Reynolds, physicien irlandais (1842-1912), introduisit ce nombre sans dimension dans un article célèbre datant de 1883 [4], où il décrivait une expérience très simple consistant à observer les mouvements d'un fluide (l'eau) en écoulement dans une conduite circulaire, à l'aide d'un jet de colorant injecté au centre. Pour les petites vitesses d'écoulement, le filet coloré reste stable, l'écoulement est laminaire. Au-delà d'une valeur critique, le filet se déforme et s'enroule, l'écoulement est devenu turbulent.

Un pas important a été fait avec les travaux de Lewis Fry Richardson, mathématicien et météorologue anglais (1881-1953), lorsqu'il émit pour la première fois l'idée d'une cascade d'énergie des grandes vers les petites structures [5]. L'image de la cascade de Richardson est la suivante : les grands tourbillons d'un écoulement sont engendrés par les forces externes qui leur fournissent une certaine vitesse et donc un niveau d'énergie donné. Puis ceux-ci transmettent intégralement cette énergie à des tourbillons de taille plus petites et ainsi de suite jusqu'à ce qu'on arrive à des tourbillons si petits que ceux-ci sont à l'échelle de la dissipation intrinsèque du fluide, qui ne joue que sur les petites structures. On a ainsi une image qui permet de comprendre la formation de toutes ces petites structures désordonnées, le point clé en étant le concept de *cascade* qui explique la génération de hautes fréquences, puisque celles-ci sont liées aux petites longueurs d'ondes et donc aux petits tourbillons.

Qu'en est-il alors des vibrations de plaques et de coques minces, et quel est le rapport entre la turbulence et les cymbales ? Alors qu'il pourrait à première vue sembler saugrenu de penser trouver de la turbulence dans un solide, tel est pourtant bien le cas. Récemment, une étude théorique de Gustavo Düring,

2. Le nombre de Reynolds R_e est défini par

$$R_e = \frac{UL}{\nu},$$

où U est la vitesse du fluide (en $m.s^{-1}$), L une grandeur caractéristique de l'écoulement (en m) et ν la viscosité cinématique du fluide (en $m^2.s^{-1}$), il fait le rapport entre les forces inertielles et les forces visqueuses.

Christophe Josserand et Sergio Rica [6] a montré que pour les plaques minces modélisées par l'équation de von Kármán³, un régime de turbulence faible existait. Leur étude a prédit des lois d'échelles pour la répartition spectrale de la puissance, pour une plaque parfaite et sans amortissement. La turbulence existant pour les plaques est dite *faible*, ou encore *turbulence d'ondes* ; elle se distingue de la turbulence hydrodynamique pleinement développée par la persistance des ondes et l'absence d'évènements très rares mais de très forte intensité.

Des études expérimentales ont été menées de manière indépendante sur deux systèmes mettant en vibration une grande plaque de deux mètres par un mètre, pour un épaisseur de 0.5mm, soit une plaque tonnerre reconvertie pour les besoins de la science fondamentale [7,8]. Ces deux études ont montré l'existence d'une régime de cascade : plus l'amplitude du forçage est grande, et plus la fréquence maximale observée dans la vibration est grande. Ce point est en accord complet avec l'expérience du joueur de tam-tam qui, frappant de plus en plus vigoureusement son instrument, entend un son de plus en plus riche en hautes fréquences. De plus, des lois d'échelles ont aussi pu être trouvées sur les spectres expérimentaux, montrant que ceux-ci se développent selon une courbe universelle. Par contre, des désaccords ont été relevés entre la prédiction théorique de la répartition fréquentielle des spectres de turbulence et les mesures. A l'heure actuelle, des recherches sont encore en cours pour comprendre l'origine de ces différences.

En conclusion de cette partie, le régime fortement non linéaire caractérisant le son des cymbales, des tam-tams et des plaques tonnerre, a été analysé sous l'angle de la turbulence d'ondes. Le phénomène de cascade d'énergie permet de comprendre la richesse fréquentielle du son de ces instruments et leur relation avec l'amplitude de la frappe initiale, ainsi que la fréquence. En effet, dans le cas de la plaque tonnerre, lorsque celle-ci est secouée par un opérateur, elle subit un forçage très basse fréquence de l'ordre du Hz, ce qui ne l'empêche, par ce transfert d'énergie, de produire des fréquences allant jusqu'à 2000 ou 3000 Hz ! D'autres conséquences peuvent en être tirées, comme par exemple le délai audible (de l'ordre de la demi-seconde), pour les tam-tams, entre la frappe d'excitation et le moment où le spectre a développé sa plus haute fréquence : cela correspond ex-

3. cf article précédent

actement au temps qu'il faut pour que l'énergie cascade de la fréquence maximale transmise par la mailloche à celle qui sera créée par l'état vibratoire turbulent.

5 Simulation numérique

Les simulations numériques permettant de rendre compte du son des cymbales, tam-tams ou encore plaque tonnerre, au moyen d'un calcul sur ordinateur, sont difficiles de par la nature même de l'état vibratoire qu'il faut simuler. L'état turbulent demande en effet une discrétisation spatiale et temporelle très fine afin de garantir la stabilité des résultats et leur accord avec la réalité. Les temps de calculs sont encore très grands et l'on est bien loin de la simulation en temps réel ! Cependant les mécanismes principaux en sont maintenant compris et des schémas stables existent qui permettent de simuler la turbulence d'ondes dans les plaques minces, et donc d'avoir accès à des sons de synthèse se rapprochant de la réalité. D'ici quelques années, avec le progrès des ordinateurs et du calcul parallèle, le temps réel sera sans aucun doute accessible...

Afin de mieux se rendre compte de la complexité de l'état vibratoire turbulent, la figure 8 montre des sorties de simulation pour une plaque plane parfaite. Le déplacement en tout point de la plaque, ainsi que la vitesse sont représentés. Alors que le déplacement montre une forme relativement douce et peu chahutée, la vitesse en tout point de la plaque est plus complexe avec des hautes fréquences beaucoup plus présentes. Ce régime vibratoire correspond à celui mesuré sur les plaques tonnerre [9]. Bien qu'aucune mesure n'ait encore été faite pour des cymbales ou des tam-tams, on peut supposer que leur état vibratoire soit très ressemblant à ces observations.

Récemment, de nombreuses simulations ont été réalisées dans le but de reproduire l'expérience contrôlée décrite à la section 3 [10,11]. La figure 9 montre un exemple typique pour une plaque plane rectangulaire excitée à 195 Hz. Le schéma de transition à la turbulence est correctement simulé, avec l'apparition successive des 3 régimes (périodiques, quasi-périodique et turbulent) délimités par deux bifurcations. L'étude des propriétés statistiques de la turbulence d'ondes simulée montre un très bon accord avec les prédictions théoriques de Düring *et coll.* [6], tant que l'on considère une plaque parfaite et sans amortissement. Cependant dans la réalité la dissipation est

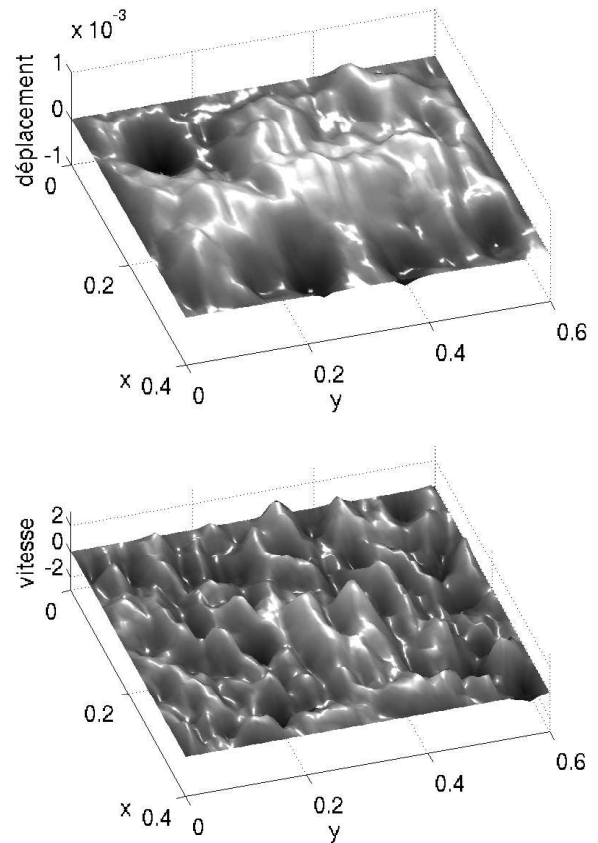


FIGURE 8 – Simulations numériques des vibrations d'une plaque mince en régime de turbulence d'ondes, plaque rectangulaire de 60×40 cm et d'épaisseur 1 mm. En haut, le déplacement (en m) est de l'ordre de l'épaisseur. En bas, la vitesse montre beaucoup plus de hautes fréquences.

toujours présente, et sa prise en compte est sûrement le point clé permettant de lever les différences entre théorie et expériences.

Des simulations ont aussi été réalisées en régime impulsionnel et oscillations libres [Bilbao, 2009][Bilbao,2010][Ducceschi,2015]. Elles montrent qu'auditivement l'effet principal, dû au régime fortement non linéaire de turbulence d'ondes, est bien reproduit, si bien que l'identification à un son de cymbale est immédiat. Le décalage temporel pour le cas du tam-tam est lui aussi très bien reproduit. Une attention particulière a été portée à deux points importants dans les derniers sons de synthèse présentés dans [Ducceschi,2015] : tout d'abord la convergence de la précision des calculs, à l'aide de méthodes optimisées ; ensuite le traitement de l'amortissement. Même si celui-ci ne gouverne que la décroissance spectrale une fois

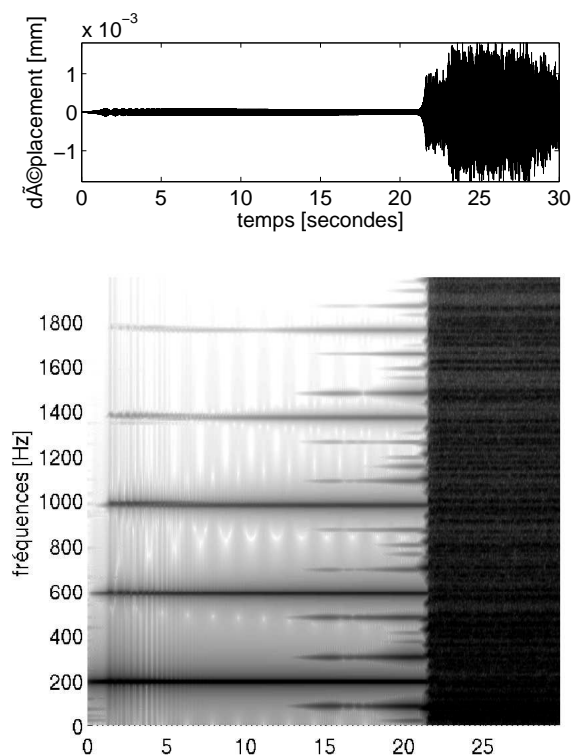


FIGURE 9 – Simulation numérique de la transition à la turbulence pour une plaque de $60 \times 40 \text{ cm}$ et d'épaisseur 1 mm . En haut, le déplacement (en m), en bas, spectrogramme du déplacement. La force d'excitation est sinusoïdale de fréquence 195 Hz . Son amplitude est augmentée linéairement de 0 à 35 N sur le temps de la simulation (30 secondes).

le régime turbulent établi, l'oreille y est extrêmement sensible. Or on sait par ailleurs, pour des études déjà menées sur les plaques [Chaigne et Lambourg, 2001], [Lambourg et coll., 2001], que des modèles d'amortissement structuraux fins et qui reproduisent correctement les processus de dissipation à l'œuvre dans les plaques métalliques (amortissements thermoélastiques et viscoélastiques en particulier) peuvent être difficiles à exprimer et à mettre en place. Ces problèmes ont été résolus dans [Ducceschi, 2015] en utilisant une approche modale pour un problème fortement non linéaire, ce qui permet un traitement fin des décroissances temporelles pour chaque mode et donc chaque fréquence propres de la structure simulée. Grâce à ces avancées récentes, des simulations extrêmement réalistes de sons de gongs et de cymbales ont été obtenues. Les prochaines avancées que l'on peut attendre en terme de simulation numérique sont désormais sur les

points qui restent à modéliser finement, mais qui a priori soulèvent moins de problèmes théoriques difficiles. On peut citer en particulier : la modélisation du contact avec la mailloche (ou la baguette pour le cas d'une cymbale) au moment de la frappe ou encore les imperfections géométriques et matérielles -qui sont dues aux processus complexes de fabrication de ces instruments- afin de quantifier leur importance dans le son produit. L'effet des cuissons et trempes successives doit être prise en compte dans le comportement du matériau. L'effet des martelages, ainsi que de toutes les irrégularités de surface (imperfections géométriques) et variations d'épaisseur, doit être finement quantifié : les fabricants y attachent tellement d'importance que ces processus ne sont certainement pas sans conséquence sur le son magnifique des cymbales et des tam-tams.

6 Conclusion

Les instruments étudiés dans cet article : cymbales, tam-tams et plaque tonnerre, ont ainsi été regroupés car ils se caractérisent par un régime vibratoire fortement non linéaire, de telle sorte qu'on ne peut leur attribuer de hauteur tonale précise. Ce qu'on observe au niveau spectral est un continuum de fréquences, l'impression qu'il en résulte est celle d'un son extrêmement riche, puissant, parfois qualifié d'explosif ou de saturé. Pour accéder à ce régime, une expérience contrôlée où l'on excite l'instrument par une fréquence pure avec une intensité croissante, a révélé l'importance des *résonances internes* entre fréquences propres. Favoriser un grand nombre de résonances internes est donc un facteur permettant de transiter plus vite vers le régime turbulent. Pour ce faire, un moyen simple consiste à augmenter la densité modale : plus on aura de modes par bande de fréquences et plus on aura de chances d'avoir de tels résonances. Ceci est facilement atteignable soit en augmentant la taille des instruments (cas de la plaque tonnerre), soit en diminuant l'épaisseur (cas des cymbales splash ainsi que d'une gamme de cymbales crash dénommées justement par les fabricants « extra thin crash » et ayant un son très explosif). La mise au jour d'un régime de turbulence d'ondes a permis de comprendre l'émergence de ce spectre continu ainsi que de sa fréquence maximale, dépendant de l'intensité de la frappe. L'existence d'un régime de turbulence à l'intérieur d'un solide est à première vue inattendu, on peut d'ailleurs constater que les travaux théoriques

sur ce sujet sont très récents, et certains points sont toujours le sujet de recherches actuelles. Le point clé pour la perception auditive et le son de ces instruments est en tout cas le concept de cascade d'énergie, qui explique le délai entre la frappe du tam-tam et le son pleinement développé, ainsi que la fréquence maximale produite.

Bibliographie

- [1] C. Touzé : Analyse et modélisation de signaux acoustiques et vibratoires chaotiques. Application aux instruments de percussion non-linéaires. Thèse de doctorat de l'université Pierre et Marie Curie, 2000.
- [2] O. Thomas : Analyse et modélisation de vibrations non linéaires de milieux minces élastiques. Application aux instruments de percussion. Thèse de doctorat de l'université Pierre et Marie Curie, 2001.
- [3] A. Chaigne, C. Touzé et O. Thomas : Nonlinear vibrations and chaos in gongs and cymbals, *Acoustical Science and Technology*, Acoustical Society of Japan, vol. 26, No. 5, pp. 403-409, 2005.
- [4] O. Reynolds : An experimental investigation of the circumstances which determine whether the motion of water shall be direct or sinuous, and of the law of resistance in parallel channels, *Proceedings of the Royal Society of London*, vol. 35, pp. 84-99, 1883.
- [5] L. F. Richardson : Some Measurements of Atmospheric Turbulence, *Philosophical Transactions of the Royal Society of London A*, vol. 221, pp. 1-28, 1921.
- [6] G. Düring, C. Josserand et S. Rica : Weak turbulence for a vibrating plate : Can one hear a Kolmogorov spectrum ? *Physical Review Letters*, vol. 97, 025503, 2006.
- [7] A. Boudaoud, O. Cadot, B. Odille et C. Touzé : Observation of wave turbulence in vibrating plates, *Physical Review Letters*, vol. 100, 234504, 2008.
- [8] N. Mordant : Are there waves in elastic wave turbulence ? *Physical Review Letters*, vol. 100, 234505, 2008.
- [9] N. Mordant : Fourier analysis of wave turbulence in a thin elastic plate, *European Physical Journal B*, vol. 76, pp. 537-545, 2010.
- [10] C. Touzé, O. Thomas et M. Amabili : Transition to chaotic vibrations for harmonically forced perfect and imperfect circular plates, *International Journal of non-linear Mechanics*, vol. 46, pp. 234-246, 2011.
- [11] C. Touzé, S. Bilbao et O. Cadot : Transition scenario to turbulence in thin vibrating plates, accepté pour publication au *Journal of Sound and vibration*, 2011.
- [12] S. Bilbao : Percussion Sound Synthesis Using Models of Nonlinear Shell Vibration, *IEEE transactions on audio, speech and language processing*, vol. 18, No. 4, pp. 872-880, 2010.
- [13] S. Bilbao : Numerical Sound Synthesis : Finite Difference Schemes and Simulation in Musical Acoustics, John Wiley and Sons, Chichester, UK, 2009.
- [14] A. Chaigne et C. Lambourg. Time-domain simulation of damped impacted plates. Part I. Theory and experiments, *Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 109, No. 4, pp. 1422-1432, 2001.
- [15] C. Lambourg, A. Chaigne et D. Matignon. Time-domain simulation of damped impacted plates. Part II. Numerical model and results, *Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 109, No. 4, pp. 1433-1447, 2001.
- [16] N. H. Fletcher et T. D. Rossing. *The physics of musical instruments*, Springer-Verlag, second edition, 1998.